

FATTORIZZAZIONE DEL TRINOMIO DI SECONDO GRADO

FATTORIZZARE UN POLINOMIO SIGNIFICA RISCRIVERE IL POLINOMIO COME PRODOTTO DI PIÙ FATTORI. CONSIDERANDO IL **GENERICO TRINOMIO DI 2° GRADO**

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

E PRENDENDO IN ESAME L'**EQUAZIONE DI 2° GRADO** $P(x) = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

SAPPIAMO CHE SE DELTA NON È NEGATIVO, CIOÈ **SE**

$$\Delta \geq 0$$

TALE EQUAZIONE AMMETTE **2 SOLUZIONI REALI** x_1 E x_2 CHE SE SOSTITUITE NEL POLINOMIO AL POSTO DELLA x LO RENDONO NULO E PER QUESTO PRENDONO IL NOME DI **ZERI DEL POLINOMIO**.

DAL **TEOREMA DEL RESTO** SAPPIAMO POI CHE CONDIZIONE NECESSARIA E SUFFICIENTE AFFINCHÉ UN **POLINOMIO** $P(x)$ SIA **DIVISIBILE** PER UN **BINOMIO** DI 1° GRADO $(x - c)$ È CHE IL POLINOMIO SI ANNULI QUANDO AD x SI SOSTITUISCE c , CIOÈ

$$P(c) = 0$$

MA DALL'EQUAZIONE DI 2° GRADO IL POLINOMIO SI ANNULLA SE AD x SOSTITUIAMO LE SOLUZIONI x_1 E x_2 , CIOÈ:

$$P(x_1) = 0 \quad \text{E} \quad P(x_2) = 0$$

FATTORIZZAZIONE DEL TRINOMIO DI SECONDO GRADO

DI CONSEGUENZA PER IL TEOREMA DEL RESTO IL POLINOMIO È DIVISIBILE PER

$$(x - x_1)$$

E PER

$$(x - x_2)$$

ED ANCHE PER IL LORO PRODOTTO

$$(x - x_1)(x - x_2)$$

IN GENERALE QUINDI, PER FATTORIZZARE UN TRINOMIO DI 2° GRADO $P(x)$ BASTA PORLO UGUALE A ZERO, RISOLVERE L'EQUAZIONE DI 2° GRADO, E SE OTTENIAMO 2 RADICI REALI ($\Delta \geq 0$) x_1 E x_2 , ALLORA

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

DIMOSTRAZIONE DELLA RELAZIONE

PARTIAMO DAL TRINOMIO DI 2° GRADO

$$ax^2 + bx + c$$

MOLTIPLICHIAMO IL SECONDO E IL TERZO TERMINE PER $\frac{a}{a}$ (CIÒ È PER 1 ELEMENTO NEUTRO DEL PRODOTTO), COSÌ

$$ax^2 + \frac{a}{a}bx + \frac{a}{a}c$$

RACCOGLIAMO a

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

FATTORIZZAZIONE DEL TRINOMIO DI SECONDO GRADO

RICORDANDO CHE SE $\Delta \geq 0$, LA SOMMA E IL PRODOTTO DELLE 2 RADICI REALI DELL'EQUAZIONE DI 2° GRADO

$$aX^2 + bX + c = 0$$

SONO

SOMMA $S = -\frac{b}{a} = X_1 + X_2$

PRODOTTO $P = \frac{c}{a} = X_1 \cdot X_2$

ALLORA

$$a\left(X^2 + \frac{b}{a}X + \frac{c}{a}\right) = a(X^2 - SX + P)$$

E CIÒ È

$$a\left[X^2 - (X_1 + X_2)X + X_1 \cdot X_2\right]$$

MOLTIPLICHIAMO LA X PER LA PARENTESI TONDA

$$a\left[\underset{\downarrow}{X^2} - \underset{\downarrow}{X_1}X - \underset{\downarrow}{X_2}X + \underset{\downarrow}{X_1}X_2\right]$$

RACCOLGO LA X TRA IL 1° E IL 2° TERMINE E RACCOLGO $-X_2$ TRA IL 3° E IL 4° TERMINE NELLA PARENTESI

$$a\left[X(\underline{X - X_1}) - X_2(\underline{X - X_1})\right]$$

RACCOLGO $(X - X_1)$

$$a\left[(X - X_1)(X - X_2)\right]$$

E CIÒ È

$$\boxed{aX^2 + bX + c = a(X - X_1)(X - X_2)} \quad \text{c.v.d.}$$

FATTORIZZAZIONE DEL TRINOMIO DI SECONDO GRADO

ESEMPI

FATTORIZZARE I SEGUENTI TRINOMI DI 2° GRADO

1 $x^2 + 11x + 24$

$$x^2 + 11x + 24 = 0$$

$$\Delta = (11)^2 - 4(24) = 121 - 96 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-11 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{-16}{2} = -8 \\ \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

$$x^2 + 11x + 24 = (x+8)(x+3)$$

2 $x^2 - 9x + 20$

$$x_{1,2} = \frac{+9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{10}{2} = 5 \end{cases}$$

$$x^2 - 9x + 20 = (x-4)(x-5)$$

3 $2a^2 - 8a + 6$

$$a_{1,2} = \frac{+8 \pm \sqrt{64 - 48}}{4} = \frac{8 \pm 4}{4} = \begin{cases} \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{12}{4} = 3 \end{cases}$$

$$2a^2 - 8a + 6 = 2(a-1)(a-3)$$

4 $6x^2 - 5x + 1$

$$x_{1,2} = \frac{+5 \pm 1}{12} = \begin{cases} \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \\ \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 3 \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (2x-1)(3x-1)$$