

EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

COME PER QUELLE DI 1° GRADO, ANCHE LE EQUAZIONI E DISEQUAZIONI DI 2° GRADO FRATTE SONO QUELLE EQUAZIONI E DISEQUAZIONI IN CUI L'INCOGNITA COMPARISCE AL DENOMINATORE DI UNA FRAZIONE, ANCHE IN QUESTO CASO OGNI EQUAZIONE O DISEQUAZIONE È SEMPRE RICONDUCEBILE AL RAPPORTO TRA DUE POLINOMI, CIOÈ UNA FRAZIONE ALGEBRICA DEL TIPO

$$\frac{N(x)}{D(x)}$$

CHE È DETTA FORMA NORMALE E IN CUI

$N(x)$ POLINOMIO NUMERATORE

PUÒ ESSERE NULO, UN NUMERO O DI 2° GRADO

$D(x)$ POLINOMIO DENOMINATORE

PUÒ ESSERE DI GRADO QUALSIASI MAGGIORE DI ZERO

SOLUZIONI DI UNA EQUAZIONE FRATTA DI 2° GRADO

LA RICERCA DELLE SOLUZIONI IN UNA EQUAZIONE FRATTA DI 2° GRADO, DEVE TENER CONTO DELLE CONDIZIONI DI ESISTENZA CIOÈ SOLO I VALORI PER I QUALI È DEFINITA LA FRAZIONE ALGEBRICA. IN GENERALE SI PUÒ DIRE CHE:

A) AMMETTE 2 SOLUZIONI (EQUAZIONE DETERMINATA)

B) AMMETTE INFINITE SOLUZIONI (EQUAZIONE INDETERMINATA)

C) NON AMMETTE SOLUZIONI REALI (EQUAZIONE IMPOSSIBILE)

EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

PER DETERMINARE LE SOLUZIONI DI UNA EQUAZIONE FRATTA DI 2° GRADO BISOGNA SAPER LAVORARE CON LE SEMPLIFICAZIONI DELLE FRAZIONI ALGEBRICHE, CON LE EQUAZIONI FRATTE DI 1° GRADO E LE EQUAZIONI DI 2° GRADO.

VEDIAMO ALCUNI

ESEMPI

DETERMINIAMO LE SOLUZIONI DELLE SEGUENTI EQUAZIONI:

1) $\frac{2}{x} = \frac{x}{2}$ C.E.: $x \neq 0$

$$\frac{2}{x} - \frac{x}{2} = 0$$

PORTIAMO TUTTI I TERMINI AL 1° MEMBRO

$$\frac{4 - x^2}{2x} = 0$$

FACCIAMO IL m.c.m. E SOMMIAMO

ABBIAMO OTTENUTO QUINDI UNA FRAZIONE ALGEBRICA NELLA QUALE IL NUMERATORE È UN POLINOMIO DI 2° GRADO MENTRE IL DENOMINATORE È UN POLINOMIO DI 1° GRADO. PER DETERMINARNE LE SOLUZIONI, DOBBIAMO TROVARE QUEI VALORI DI x CHE RENDONO NULLA TALE FRAZIONE.

SAPENDO CHE UNA FRAZIONE ALGEBRICA È NULLA SE E SOLO SE IL SUO NUMERATORE È UGUALE A ZERO, ALLORA:

$$4 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

2 SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE FRATTA
QUINDI EQUAZIONE DETERMINATA

EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

2] $x = \frac{1}{x}$ CE: $x \neq 0$

$$x - \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{x^2 - 1}{x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

DETERMINATA

3] $\frac{\sqrt{3}}{x} = \frac{x}{\sqrt{27}}$ CE: $x \neq 0$

$$\frac{\sqrt{3}}{x} - \frac{x}{\sqrt{27}} = 0$$

$$\frac{\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} - x^2}{x \sqrt{27}} = 0$$

$$\frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - x^2}{3x\sqrt{3}} = 0$$

$$\frac{3 \cdot 3 - x^2}{3x\sqrt{3}} = 0$$

$$\frac{9 - x^2}{3x\sqrt{3}} = 0 \Leftrightarrow 9 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

DETERMINATA

4] $x - 1 = \frac{9}{x - 1}$ CE: $x - 1 \neq 0$
 $x \neq 1$

$$x - 1 - \frac{9}{x - 1} = 0$$

EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

$$\frac{(x-1)^2 - 9}{x-1} = 0$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1 - 9}{x-1} = 0$$

$$\frac{x^2 - 2x - 8}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \quad a=1 \quad b=-2 \quad c=-8$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-8)}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = \begin{cases} \frac{2-6}{2} = -\frac{4}{2} = \boxed{-2} \\ \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = \boxed{4} \end{cases}$$

DETERMINATA

$$\boxed{5} \quad -\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{CE: } x \neq 0 \quad \vee \quad x+3 \neq 0 \\ x \neq -3$$

$$-\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\frac{-2x^2 - (x+3)}{x^2(x+3)} = 0$$

$$\frac{-2x^2 - x - 3}{x^2(x+3)} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x + 3 = 0 \quad a=2 \quad b=1 \quad c=3$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(2)(3)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{4}$$

NESSUNA
SOLUZIONE REALE

IMPOSSIBILE

EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

6] $\frac{1}{x^2} = \frac{2}{x+3}$

CE: $x \neq 0 \quad \vee \quad x+3 \neq 0$
 $x \neq -3$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x+3} = 0$$

$$\frac{x+3-2x^2}{x^2(x+3)} = 0 \Leftrightarrow -2x^2+x+3=0 \quad a=-2 \quad b=1 \quad c=3$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-2)(3)}}{2(-2)} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{-4} = \begin{cases} \frac{-1+5}{-4} = \frac{4}{-4} = \boxed{-1} \\ \frac{-1-5}{-4} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

DETERMINATA

7] $\frac{2}{x^2-1} = \frac{1-x^2}{x^2-1}$

CE: $x^2-1 \neq 0$
 $x \neq \pm 1$

$$\frac{2}{x^2-1} - \frac{1-x^2}{x^2-1} = 0$$

$$\frac{2-1+x^2}{x^2-1} = 0$$

$$\frac{x^2+1}{x^2-1} = 0 \Leftrightarrow x^2+1=0$$

$x = \pm \sqrt{-1}$ NESSUNA SOLUZIONE REALE
 IMPOSSIBILE

8] $\frac{1}{x^2} = \frac{2-x}{x}$

CE: $x \neq 0$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{2-x}{x} = 0$$

$$\frac{1-2x+x^2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \quad a=1 \quad b=-2 \quad c=1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(1)}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} = \frac{2}{2} = \begin{cases} \boxed{1} \\ \boxed{1} \end{cases} \quad \text{DETERMINATA}$$

EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

g) $\frac{2}{x} - \frac{2x}{x+1} = \frac{2-x}{x}$ CE: $x \neq 0 \vee x+1 \neq 0$
 $x \neq -1$

$$\frac{2}{x} - \frac{2x}{x+1} - \frac{2-x}{x} = 0$$

$$\frac{2(x+1) - 2x^2 - (2-x)(x+1)}{x(x+1)} = 0$$

$$\frac{\cancel{2x} + 2 - 2x^2 - \cancel{2x} - x^2 - x}{x(x+1)} = 0$$

$$\frac{-x^2 + x}{x(x+1)} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0$$

$$x = 0$$
$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

SOLUZIONE NON ACCETTABILE PER LE CONDIZIONI DI ESISTENZA

DETERMINATA

SOLUZIONI DI UNA DISEQUAZIONE FRATTA DI 2° GRADO

UNA VOLTA RICONDOTTA IN FORMA NORMALE (CIOÈ SCRITTA LA FRAZIONE ALGEBRICA AL 1° MEMBRO), SI PUÒ AVERE UNO DEI SEGUENTI CASI:

$$\frac{N(x)}{D(x)} > 0; \frac{N(x)}{D(x)} \geq 0; \frac{N(x)}{D(x)} < 0; \frac{N(x)}{D(x)} \leq 0$$

DOVE COME SAPPIAMO $N(x)$ E $D(x)$ SONO POLINOMI CONTENENTI L'INCOGNITA x E $N(x)$.

ANCHE IN QUESTO CASO, NELLA RICERCA DELLE SOLUZIONI BISOGNA TENER CONTO DELLE CONDIZIONI DI ESISTENZA. QUINDI UNA VOLTA DETERMINATE LE CONDIZIONI DI ESISTENZA IL TUTTO SI RIDUCE AL CONFRONTO DI 2 DISEQUAZIONI NON FRATTE, INFATTI

EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

$\frac{N(x)}{D(x)} > 0$	$\frac{N(x)}{D(x)} \geq 0$	$\frac{N(x)}{D(x)} < 0$	$\frac{N(x)}{D(x)} \leq 0$
SIGNIFICA CHE IL RAPPORTO TRA IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE DEVE FORNIRE UN VALORE POSITIVO CIOÈ > 0	SIGNIFICA CHE IL RAPPORTO TRA IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE DEVE FORNIRE UN VALORE POSITIVO O AL MASSIMO UGUALE A ZERO CIOÈ ≥ 0	SIGNIFICA CHE IL RAPPORTO TRA IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE DEVE FORNIRE UN VALORE NEGATIVO CIOÈ < 0	SIGNIFICA CHE IL RAPPORTO TRA IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE DEVE FORNIRE UN VALORE NEGATIVO O AL MASSIMO UGUALE A ZERO CIOÈ ≤ 0

CIOÈ

$\frac{+}{+} \left(\frac{\text{PIÙ}}{\text{PIÙ}} \right)$ OPPURE $\frac{-}{-} \left(\frac{\text{MENO}}{\text{MENO}} \right)$	$\frac{+}{+} \left(\frac{\text{PIÙ}}{\text{PIÙ}} \right)$ OPPURE $\frac{-}{-} \left(\frac{\text{MENO}}{\text{MENO}} \right)$ OPPURE $\frac{0}{+} \left(\frac{\text{ZERO}}{\text{PIÙ}} \right)$ OPPURE $\frac{0}{-} \left(\frac{\text{ZERO}}{\text{MENO}} \right)$	$\frac{-}{+} \left(\frac{\text{MENO}}{\text{PIÙ}} \right)$ OPPURE $\frac{+}{-} \left(\frac{\text{PIÙ}}{\text{MENO}} \right)$	$\frac{-}{+} \left(\frac{\text{MENO}}{\text{PIÙ}} \right)$ OPPURE $\frac{0}{+} \left(\frac{\text{ZERO}}{\text{PIÙ}} \right)$ OPPURE $\frac{0}{-} \left(\frac{\text{ZERO}}{\text{MENO}} \right)$
--	---	--	--

QUINDI ESCLUSI I VALORI CHE ANNULLANO IL DENOMINATORE
(CHE DERIVANO DALLE CONDIZIONI DI ESISTENZA) BISOGNA

EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

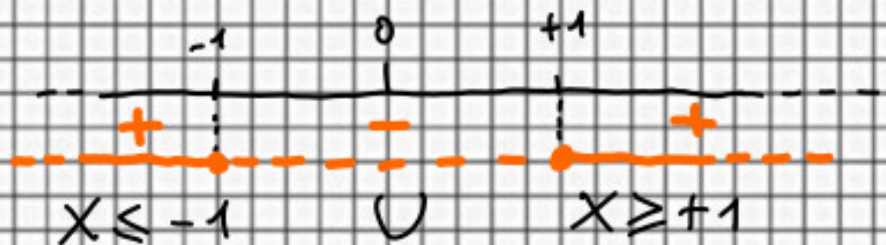
STUDIARE SEPARATAMENTE IL SEGNO DEL NUMERATORE (PRIMA DISEQUAZIONE) E DEL DENOMINATORE (SECONDA DISEQUAZIONE) CONSIDERANDO IL LORO RAPPORTO E PRENDENDO COME SOLUZIONI QUEI INTERVALLI DI VALORI CHE SODDISFANO IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE. IN CONCLUSIONE ALLORA, PER DETERMINARE LE SOLUZIONI DI UNA DISEQUAZIONE FRATTA DI 2° GRADO, BISOGNA SAPER LAVORARE SEMPRE CON LE FRAZIONI ALGEBRICHE E CON LE DISEQUAZIONI DI 1° E 2° GRADO. VEDIAMO ALCUNI

ESEMPI

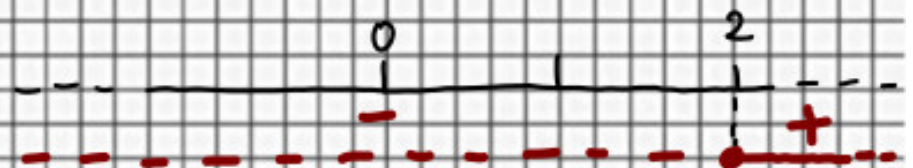
1) $\frac{x^2-1}{x-2} \geq 0$

CE! $x-2 \neq 0$
 $x \neq 2$

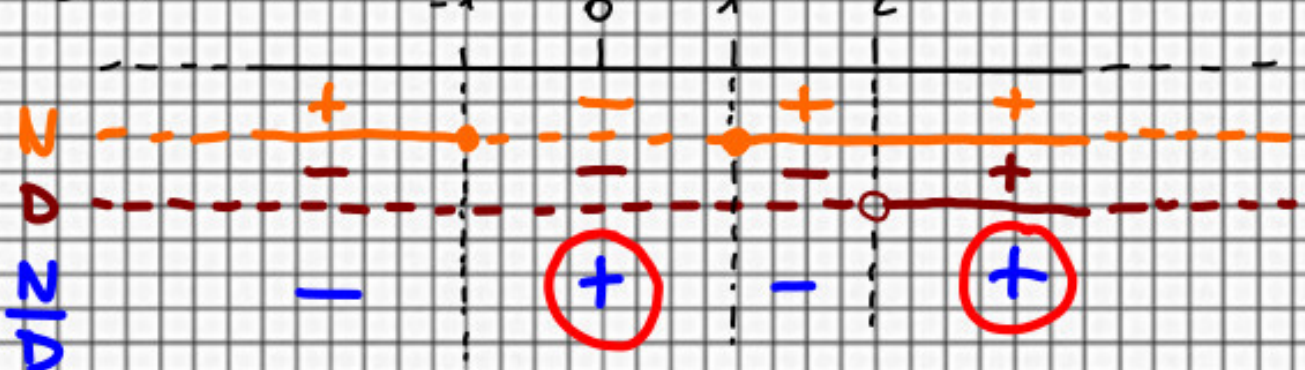
N) $x^2-1 \geq 0$
 $x^2-1=0$
 $x=\pm 1$



D) $x-2 > 0$
 $x > 2$



COSÌ



EQUAZ. DISEQUAZ. 2 GRADO 1 INCOGNITA FRATTE

E LE SOLUZIONI SONO

$$-1 \leq x \leq +1 \cup x > 2$$

2) $\frac{x-2}{x^2-1} \leq 0$ CE: $x^2-1 \neq 0$ $x \neq \pm 1$

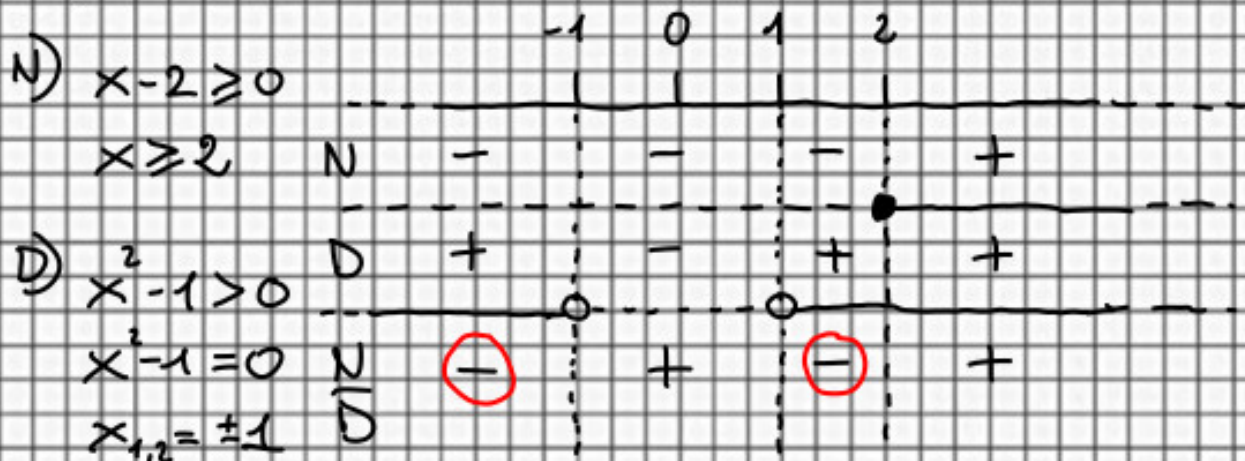
N) $x-2 \geq 0$

$x \geq 2$

D) $x^2-1 > 0$

$x^2-1 = 0$

$x_{1,2} = \pm 1$



SOLUZIONI

$$x < -1 \cup +1 < x \leq 2$$

3) $\frac{9+x^2}{x^2+3x} \leq 0$

CE: $x^2+3x \neq 0$

$x \neq 0 \cup x \neq -3$

N) $9+x^2 \geq 0$

$9+x^2 = 0$ MAI

$9+x^2 > 0$ SEMPRE

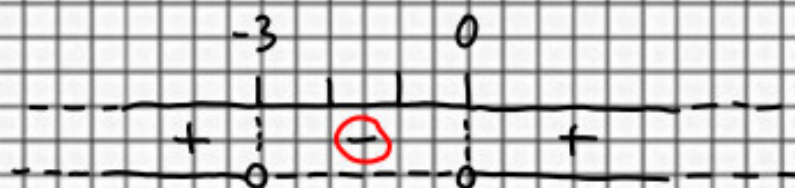
D) $x^2+3x > 0$

$x^2+3x = 0$

$x(x+3) = 0$

$x = 0$

$x = -3$



$$-3 < x < 0$$