

IDENTITA' ED EQUAZIONI

DEFINIZIONE DI IDENTITA'

(1)

SI DEFINISCE IDENTITA' L'UGUAGLIANZA TRA DUE ESPRESSIONI ALGEBRICHE, NELLE QUALI IN ALMENO UNA DELLE ESPRESSIONI COMPARE UNA LETTERA, COME AD ESEMPIO:

$$2X - X = X$$

UNA IDENTITA' E' VERA PER OGNI VALORE DELLE LETTERE PRESENTI, E SI SCRIVE:

$$2X - X = X \quad \text{VERA } \forall X \in \mathbb{R}$$

E CIOE' CHE LE DUE ESPRESSIONI SONO EQUIVALENTI PERCHE' DANNO RISULTATI UGUALI QUALSIASI VALORE SI ASSEGNA ALLE LETTERE (IN QUESTO CASO ALLA X).

ESEMPI:

$$X=0 \Rightarrow 2X - X = X \Rightarrow 2 \cdot 0 - 0 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

$$X=3 \Rightarrow 2X - X = X \Rightarrow 2 \cdot 3 - 3 = 3 \Rightarrow 3 = 3$$

$$X=-1 \Rightarrow 2X - X = X \Rightarrow 2 \cdot (-1) - (-1) = -1 \Rightarrow -1 = -1$$

DEFINIZIONE DI EQUAZIONE

SI DEFINISCE EQUAZIONE L'UGUAGLIANZA TRA DUE ESPRESSIONI ALGEBRICHE, NELLE QUALI IN ALMENO UNA COMPARE UNA LETTERA, VERIFICATA SOLO PER PARTICOLARI VALORI ASSEGNATI ALLE LETTERE, COME AD ESEMPIO:

$$2X - X = 3 \quad \text{VERA SOLO PER } X=3$$

IN UNA EQUAZIONE SI CERCANO QUEI VALORI DELLE LETTERE, PER I QUALI LE DUE ESPRESSIONI

IDENTITA' ED EQUAZIONI

RISULTATO UGUALI -

UNA SOLUZIONE (O RADICE) DI UNA EQUAZIONE È QUEL VALORE, ALMENO UNO PER OGNI LETTERA (VARIABILE), CHE SODDISFA L'UGUAGLIANZA.

RISOLVERE UNA EQUAZIONE QUINDI, SIGNIFICA TROVARE TUTTE LE SUE SOLUZIONI.

NELL'ESEMPIO PRECEDENTE LA SOLUZIONE (O RADICE) DELL'EQUAZIONE È $x=3$.

L'ESPRESSIONE A SINISTRA DELL'UGUALE SI DICE PRIMO MEMBRO MENTRE QUELLA A DESTRA SI DICE SECONDO MEMBRO:

$$\boxed{2x - 4} = \boxed{2 + x}$$

PRIMO MEMBRO SECONDO MEMBRO

LE LETTERE CHE POSSONO ASSUMERE DIVERSI VALORI SI DICONO VARIABILI O INCOGNITE, I NUMERI PER I QUALI SI MOLTIPLICANO TALI LETTERE SI DICONO COEFFICIENTI MENTRE I NUMERI DA SOLI TERMINI NOTI:

$$\begin{array}{c} \text{INCOGNITA} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \textcircled{2} \textcircled{x} - \textcircled{4} = \textcircled{2} + \textcircled{1} \textcircled{x} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \searrow \quad \swarrow \\ \text{COEFFICIENTI} \quad \text{TERMINI NOTI} \end{array}$$

IL GRADO DI UNA EQUAZIONE È L'ESPOLENTE MASSIMO DELL'INCOGNITA:

$$x^{\textcircled{1}} + 2 = 5$$

PRIMO GRADO
PERCHÉ $x^1 = x$

$$x^{\textcircled{2}} + 4 = 8$$

SECONDO GRADO

$$2x^{\textcircled{3}} - x = x^2 + 1$$

TERZO GRADO

IDENTITA' ED EQUAZIONI

IL GRADO DELL'EQUAZIONE CI DICE QUANTE SOLUZIONI ESSA PUÒ AMMETTERE, CIOÈ:

1° GRADO	$\Rightarrow$	UNA SOLUZIONE
2° GRADO	$\Rightarrow$	DUE SOLUZIONI
3° GRADO	$\Rightarrow$	TRE SOLUZIONI
$\vdots$		$\vdots$

TIPI DI EQUAZIONI

INTERA:

L'INCOGNITA SI PRESENTA SEMPRE AL NUMERATORE,
COME AD ESEMPIO:

$$2x - 4 = 2 + x$$

FRATTA:

(O FRAZIONARIA)

L'INCOGNITA COMPARE ANCHE AL DENOMINATORE:

$$2x - \frac{4}{x-2} = 2 + \frac{1}{x}$$

COSÌ BISOGNA INNANZI TUTTO VALUTARE LE CONDIZIONI
DI ESISTENZA DELL'EQUAZIONE, NELL'ESEMPIO $x \neq 2$ o $x \neq 0$

NUMERICA:

Perché annullano i denominatori!

NON COMPAIONO ALTRE LETTERE OLTRE ALLA
INCOGNITA (O ALLE INCOGNITE SE SONO PIÙ DI UNA...);

$$x + y = 10$$

In questo caso X ed Y sono
entrambe incognite

LETTERALE:

OLTRE ALLE INCOGNITE COMPAIONO ALTRE LETTERE
CONSIDERATE COSTANTI:

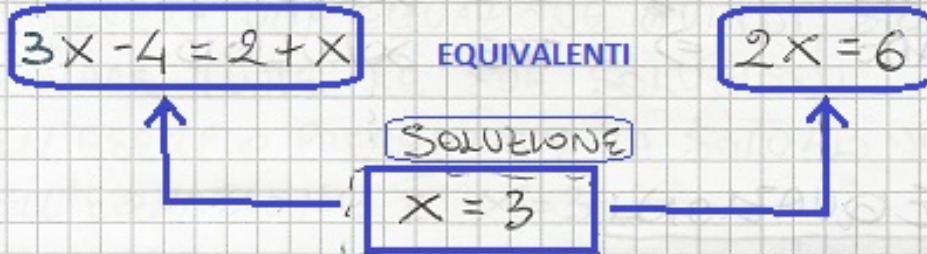
$$2ax - 4 = 2 + x$$

IDENTITA' ED EQUAZIONI

EQUAZIONI EQUIVALENTI

DUE EQUAZIONI SI DICONO EQUIVALENTI SE AMMETTONO LE STESSA SOLUZIONI.

ESEMPIO:



PER RISOLVERE UNA EQUAZIONE QUINDI, BISOGNA TRASFORMARLA IN UNA EQUAZIONE EQUIVALENTE PIÙ SEMPLICE E RISOLVERE COSÌ QUEST'ULTIMA RIDOTTA IN FORMA NORMALE.

EQUAZIONI IN FORMA NORMALE

UNA EQUAZIONE SI DICE IN FORMA NORMALE QUANDO:

- AL PRIMO MEMBRO C'È UN SOLO TERMINE CONTENENTE L'INCOGNITA
- AL SECONDO MEMBRO C'È SOLO UN TERMINE NOTO

CIO È:

$$aX = b \quad \text{con } a, b \in \mathbb{R} \quad a \neq 0$$

ESEMP:

$$2x = 6$$

$$x = 2$$

$$3x = 5$$

$$5x = 0$$

IDENTITA' ED EQUAZIONI

PRINCIPI DI EQUIVALENZA

(2)

I PRINCIPI DI EQUIVALENZA CON LE LORO REGOLE
CI PERMETTONO DI PASSARE DA UNA EQUAZIONE
AD UN'ALTRA AD ESSA EQUIVALENTE.

PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

SOMMANDO O SOTTRAENDO AL PRIMO E AL SECONDO
MEMBRO DI UNA EQUAZIONE UNO STESSO NUMERO
O UNA STESSA ESPRESSIONE SI OTTIENE UNA
EQUAZIONE EQUIVALENTE.

ESEMPIO:

L'EQUAZIONE

$$2x + 1 = 5$$

È EQUIVALENTE ALLE SEGUENTI EQUAZIONI:

$$- 2x + 1 + 3 = 5 + 3$$

SOMMA DI UN NUMERO

$$- 2x + 1 - 1 = 5 - 1$$

SOTTRAZIONE DI UN NUMERO

$$- 2x + 1 + 3x = 5 + 3x$$

SOMMA DI UNA ESPRESSIONE

$$- 2x + 1 - x = 5 - x$$

SOTTRAZIONE DI UNA ESPRESSIONE

REGOLA DEL TRASPORTO

UN TERMINE DI UNA EQUAZIONE SI PUÒ TRASPORTARE
DA UN MEMBRO ALL'ALTRO PURCHÉ LO SI CAMBI
DI SEGNO:

$$3x - 4 = 2 + x$$

CIOÈ:

$$3x - x = 2 + 4$$

IDENTITA' ED EQUAZIONI

REGOLA DI SOPPRESSIONE DEI TERMINI UGUALI

SE CI SONO TERMINI UGUALI IN ENTRAMBI I MEMBRI DI UNA EQUAZIONE, ALLORA QUESTI POSSONO ESSERE ELIMINATI:

$$X + \cancel{4} = 6 + \cancel{4}$$

CIOE':

$$X = 6$$

SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

MOLTIPLICANDO O DIVIDENDO PRIMO E SECONDO MEMBRO DI UNA EQUAZIONE, PER UNA STESSA QUANTITA', SI OTTIENE UNA EQUAZIONE EQUIVALENTE

ESEMPIO:

L'EQUAZIONE

$$2X + 2 = 6$$

E EQUIVALENTE ALLE SEGUENTI EQUAZIONI:

$$- (2X + 2) \cdot 3 = 6 \cdot 3 \quad \text{ENTRABBI I MEMBRI PER 3}$$

$$- \frac{2X + 2}{2} = \frac{6}{2} \quad \text{ENTRABBI I MEMBRI DIVISO 2}$$

REGOLA DEL CAMBIO DI SEGNO

TUTTI I TERMINI DI UNA EQUAZIONE SI POSSONO CAMBIARE DI SEGNO:

$$\ominus 2X \ominus 2 = \ominus 6$$

CIOE':

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \oplus 2X & \oplus 2 & = \oplus 6 \end{array}$$

IDENTITA' ED EQUAZIONI

REGOLA DI RIDUZIONE DI EQUAZIONI A COEFFICIENTI FRAZIONARI

UNA EQUAZIONE A COEFFICIENTI FRAZIONARI SI PUÒ RIDURRE AD UNA EQUAZIONE A COEFFICIENTI INTERI, MOLTIPLICANDO ENTRAMBI I MEMBRI PER IL m.c.m. DEI DENOMINATORI DEI COEFFICIENTI:

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3}x = \frac{1}{6} + x$$

$$\text{m.c.m.}(2, 3, 6) = 6$$

COSÌ:

$$6 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}x \right) = 6 \cdot \left(\frac{1}{6} + x \right)$$

CIOÈ:

$$9 + 4x = 1 + 6x$$

REGOLA DI RIDUZIONE DI EQUAZIONI FRAZIONARIE

UNA EQUAZIONE FRAZIONARIA PUÒ ESSERE RIDOTTA AD UNA EQUAZIONE INTERA, MOLTIPLICANDO TUTTI I TERMINI PER IL m.c.m. DEI DENOMINATORI:

$$\frac{5}{2x} - 1 = \frac{1}{3}$$

$$\text{m.c.m.}(2x, 3) = 6x$$

COSÌ:

$$6x \cdot \frac{5}{2x} - 6x \cdot 1 = 6x \cdot \frac{1}{3}$$

CIOÈ

$$15 - 6x = 2x$$

IDENTITA' ED EQUAZIONI

EQUAZIONI DI PRIMO GRADO E SOLUZIONI

UNA EQUAZIONE DI 1° GRADO PUÒ:

1) AMMETTERE UNA SOLUZIONE:

QUANDO SI TROVA QUELL'UNICO VALORE DELL'INCOGNITA
PER IL QUALE È VERIFICATA.

ESEMPIO:

$$x - 3 = 5$$

$$x = 5 + 3$$

$$x = 8$$

2) ESSERE INDETERMINATA:

QUANDO SI OTTIENE L'IDENTITÀ $0=0$ E CIOÈ CHE
PER QUALSIASI VALORE DELL'INCOGNITA È SEMPRE
VERIFICATA.

ESEMPIO:

$$4x - 3x - x = 10 - 7 - 3$$

$$4x - 4x = 10 - 10$$

$$0 = 0$$

SEMPRE

3) ESSERE IMPOSSIBILE:

QUANDO SI OTTIENE UNA IDENTITÀ FALSA, E CIOÈ
CHE PER NESSUN VALORE DELL'INCOGNITA È
VERIFICATA.

ESEMPIO:

$$3x + 2x - 5x = 5 + 6 + 1$$

$$5x - 5x = 12$$

$$0 = 12$$

MAI