

REGOLA DI RUFFINI

QUANDO SI VUOLE DIVIDERE UN POLINOMIO QUALSIASI $P(x)$ PER UN POLINOMIO $D(x)$ CHE È UN BINOMIO DI 1° GRADO, POSSIAMO UTILIZZARE LA REGOLA DI RUFFINI, IN MODO CHE, RICORDANDO SEMPRE LA REGOLA DELLA DIVISIONE, POSSIAMO SCRIVERE:

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R$$

CIOÈ

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISORE} \times \text{QUOZIENTE} + \text{RESTO}$$

DOVE

$$\begin{array}{ll} P(x) & \text{GRADO } m \\ D(x) & \text{GRADO } 1 \\ Q(x) & \text{GRADO } m-1 \\ R & \text{È UN NUMERO} \end{array}$$

VEDIAMO IL MECCANISMO DELLA REGOLA CON DEGLI ESEMPI.

ESEMPIO 1

EFFETTUIAMO LA SEGUENTE DIVISIONE

$$(3x^2 - 4x^4 + 2x^6 - 1) : (x - 1)$$

VISTO CHE IL DIVISORE È UN BINOMIO DI 1° GRADO ALLORA POSSIAMO APPLICARE LA REGOLA DI RUFFINI.

PER PRIMA COSA ORDINIAMO SEMPRE I POLINOMI PER POTENZE DECRESCENTI DELLA VARIABILE E

REGOLA DI RUFFINI

COMPLETIAMO SE NECESSARIO IL POLINOMIO DIVIDENDO:

$$(2x^6 + 0x^5 - 4x^4 + 0x^3 + 3x^2 + 0x - 1) : (x - 1)$$

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1							

CREIAMO UNA GRIGLIA COME IN FIGURA METTENDO IN ALTO TUTTI I COEFFICIENTI DEL POLINOMIO DIVIDENDO E NELL'ANGOLO IN BASSO A SINISTRA L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL POLINOMIO DIVISORE (+1)

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1	↓						
	2						

SI RIPORTA IN BASSO IL PRIMO COEFFICIENTE (2)

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1	×	→					
	2						

SI MOLTIPLICA IL COEFFICIENTE IN BASSO PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE E SI SCRIVE IL RISULTATO SUBITO SOTTO IL SECONDO COEFFICIENTE

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1		2					
	2	2					

SI SOMMIAMO I NUMERI DELLA COLONNA DEL SECONDO COEFFICIENTE (SECONDA COLONNA) E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

REGOLA DI RUFFINI

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & & & & \\ \hline & 2 & 2 & & & & & \end{array}$$

SI MOLTIPLICA IL NUOVO NUMERO IN BASSO SEMPRE PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE (M) E SI SCRIVE IL RISULTATO SUBITO SOTTO IL TERZO COEFFICIENTE.

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & & & & \\ \hline & 2 & 2 & -2 & & & & \end{array}$$

SI SOMMANO I NUMERI DELLA TERZA COLONNA E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & -2 & & & \\ \hline & 2 & 2 & -2 & -2 & & & \end{array}$$

SI MOLTIPLICA SEMPRE IL NUOVO NUMERO IN BASSO PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE E SI SCRIVE IL RISULTATO SOTTO IL QUARTO COEFFICIENTE.

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & -2 & & & \\ \hline & 2 & 2 & -2 & -2 & & & \end{array}$$

SI SOMMANO I NUMERI DELLA QUARTA COLONNA E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & -2 & -2 & & \\ \hline & 2 & 2 & -2 & -2 & -2 & & \end{array}$$

SI MOLTIPLICA ANCORA IL NUOVO NUOVO NUMERO IN BASSO SEMPRE PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE E SI SCRIVE IL RISULTATO SOTTO IL QUINTO COEFFICIENTE

REGOLA DI RUFFINI

	2	0	-4	0	3	0	-1	
+1		2	2	-2	-2			
	2	2	-2	-2	1			

SI SOMMANO I NUMERI DELLA QUINTA COLONNA E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

	2	0	-4	0	3	0	-1	
(+1)		2	2	-2	-2	1		
	2	2	-2	-2	(1)			

SI MOLTIPLICA SEMPRE IL NUOVO NUMERO PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE E SI RIPORTA IL RISULTATO SUBITO SOTTO IL COEFFICIENTE SUCCESSIVO

	2	0	-4	0	3	0	-1	
+1		2	2	-2	-2	1		
	2	2	-2	-2	1	1		

SI SOMMANO I NUMERI E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

	2	0	-4	0	3	0	-1	
(+1)		2	2	-2	-2	1	1	
	2	2	-2	-2	1	(1)		

SI MOLTIPLICA E SI RIPORTA IL RISULTATO IL COEFFICIENTE SUCCESSIVO

	2	0	-4	0	3	0	-1	
+1		2	2	-2	-2	1	1	
	2	2	-2	-2	1	1	0	R

SI SOMMANO I NUMERI E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

L'ULTIMO NUMERO OTTENUTO È IL RESTO DELLA DIVISIONE (IN QUESTO CASO $R=0$), MENTRE TUTTI I NUMERI DELL'ULTIMA RIGA ALL'INTERNO DELLA TABELLA SONO I COEFFICIENTI

REGOLA DI RUFFINI

DEL POLINOMIO RISULTATO, QUOZIENTE $Q(x)$, CHE SARÀ DI UN GRADO IN MENO DEL POLINOMIO DIVIDENDO $P(x)$,

COST:

$$\begin{array}{r|rrrrrr} +2 & +2 & -2 & -2 & +1 & +1 \\ \hline & 2x^5 & +2x^4 & -2x^3 & -2x^2 & +x & +1 \end{array}$$

QUINDI SEMPRE IN BASE ALLA REGOLA DELLA DIVISIONE SARÀ:

$$(2x^6 - 4x^4 + 3x^2 - 1) = (x-1) \cdot (2x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 2x^2 + x + 1)$$

ESEMPIO 2

CALCOLIAMO LA SEGUENTE DIVISIONE:

$$(x^7 + x^3 + x + x^7) : (x-1)$$

ORDINIAMO ED EVENTUALMENTE COMPLETIAMO:

$$(x^7 + 0 \cdot x^6 + x^5 + 0 \cdot x^4 + x^3 + 0 \cdot x^2 + x + 0) : (x-1)$$

IMPOSTIAMO LA TABELLA ED ESEGUIAMO I CALCOLI:

	1	0	1	0	1	0	1	0
+1		1	1	2	2	3	3	4
	1	1	2	2	3	3	4	4

QUINDI:

$$Q(x) = x^6 + x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \quad \text{E} \quad R = 4$$

COST:

$$(x^7 + x^5 + x^3 + x) = (x-1) \cdot (x^6 + x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 4) + 4$$

REGOLA DI RUFFINI

COA SUCCEDERE SE IL DIVISORE NON È UN POLINOMIO MONICO?

RICORDIAMO CHE PER POLINOMIO MONICO SI INTENDE UN QUALSIASI POLINOMIO NEL QUALE IL COEFFICIENTE DEL TERMINE DI GRADO MASSIMO È PARI AD 1.

VEDIAMO QUINDI COME PROCEDERE CON LA DIVISIONE CON IL METODO DI RUFFINI NEL CASO IN CUI IL DIVISORE NON È UN POLINOMIO MONICO.

SUPPONIAMO DI VOLER EFFETTUARE LA DIVISIONE CON IL METODO DI RUFFINI TRA IL POLINOMIO DIVIDENDO

$$P(x) = 12x^3 + 23x^2 + 5x$$

ED IL POLINOMIO DIVISORE

$$D(x) = 4x + 1$$

CHE È UN BINOMIO DI 1° GRADO MA NON È MONICO IN QUANTO IL COEFFICIENTE DELLA x (SUO TERMINE DI GRADO MASSIMO..) È PARI A 4.

PER RENDERLO PARI AD 1 BISOGNERÀ DIVIDERE PER TALE COEFFICIENTE (4) TUTTO IL DIVISORE, CIOÈ:

$$\frac{D(x)}{4} = \frac{4x+1}{4} = \frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} + \frac{1}{4} = x + \frac{1}{4}$$

MA DALLA PROPRIETÀ INVARIANTIVA DELLA DIVISIONE SAPPIAMO CHE AFFINCHÈ IL QUOZIENTE NON CAMBI, SE DIVIDIAMO IL DIVISORE PER UN NUMERO DOBBIAMO DIVIDERE ANCHE IL DIVIDENDO PER LO STESSO NUMERO E NEL NOSTRO ESEMPIO:

REGOLA DI RUFFINI

$$\frac{P(x)}{4} = \frac{12x^3 + 23x^2 + 5x}{4} = 3x^3 + \frac{23}{4}x^2 + \frac{5}{4}x$$

A QUESTO PUNTO ALLORA POSSIAMO EFFETTUARE LA DIVISIONE MEDIANTE IL METODO DI RUFFINI CONSIDERANDO IL DIVIDENDO E IL DIVISORE RISCritti COME:

$$\left(3x^3 + \frac{23}{4}x^2 + \frac{5}{4}x\right) : \left(x + \frac{1}{4}\right)$$

COSÌ:

	3	$\frac{23}{4}$	$\frac{5}{4}$	0
$-\frac{1}{4}$		$-\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{4}$	0
	3	$\frac{20}{4}$	0	0

$$\Rightarrow 3x^2 + \frac{20}{4}x$$

CIOÈ:

$$\boxed{3x^2 + 5x} \quad \text{QUOZIENTE}$$

IN CONCLUSIONE

$$12x^3 + 23x^2 + 5x = (4x+1)(3x^2+5x)$$