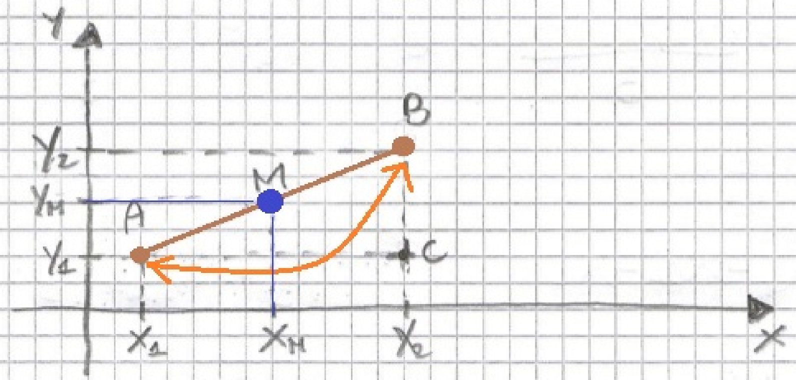
IL PIANO CARTESIANO

ASSI E PUNTI

DATI DUE PUNTI $A(x_1;y_1)$ E $B(x_2;y_2)$ SU UN SISTEMA DI ASSI CARTESIANI



LA DISTANZA TRA I DUE PUNTI È DATA DALLA LUNGHEZZA DEL SEGMENTO $\overline{AB}$, CIOÈ

$$\boxed{\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$$

FACILMENTE RICAVABILE APPLICANDO IL TEOREMA DI PITAGORA SUL TRIANGOLO $A\hat{B}C$.

IL PUNTO MEDIO $M(x_M;y_M)$ È IL PUNTO DEL SEGMENTO EQUIDISTANTE DA A e B, CIOÈ $\overline{AM}=\overline{MB}$, E LE SUE COORDINATE SONO DATE DA:

$$\boxed{x_M=\frac{x_1+x_2}{2}} \qquad \boxed{y_M=\frac{y_1+y_2}{2}}$$

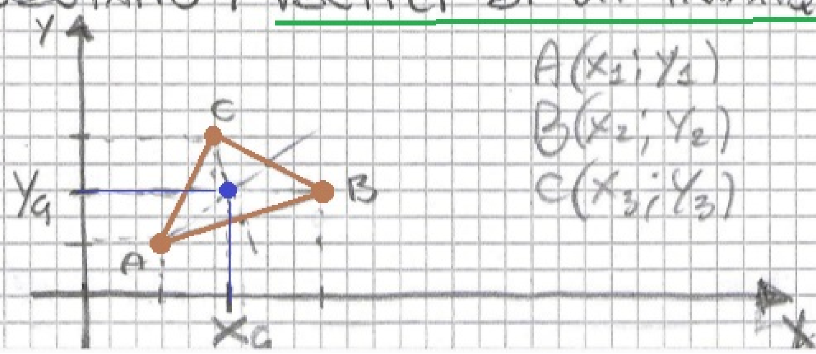
DALLE QUALI SI POSSONO RICAVARE LE INVERSE:

$$x_2=2x_M-x_1 \qquad y_2=2y_M-y_1$$

BARICENTRO DI UN TRIANGOLO

DATI 3 PUNTI A, B, C SUL PIANO CARTESIANO, CHE RAPPRESENTANO I VERTICI DI UN TRIANGOLO:

$A(x_1;y_1)$
$B(x_2;y_2)$
$C(x_3;y_3)$



IL PIANO CARTESIANO

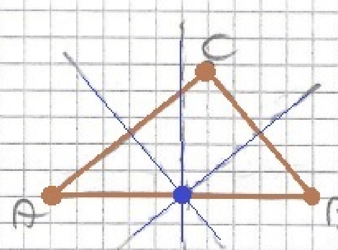
IL BARICENTRO DI UN TRIANGOLO È IL PUNTO DI INCONTRO DELLE MEDIANE, E LE SUE COORDINATE SONO:

$$\boxed{X_G = \frac{X_1+X_2+X_3}{3}} \quad e \quad \boxed{Y_G = \frac{Y_1+Y_2+Y_3}{3}}$$

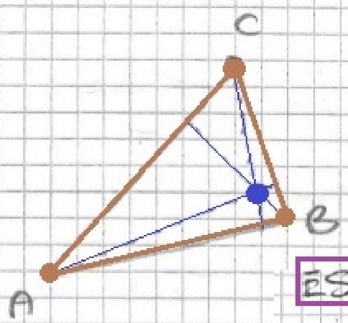
INVERSAMENTE:

$$X_3 = 3X_G - X_1 - X_2 \qquad Y_3 = 3Y_G - Y_1 - Y_2$$

MENTRE SI DICE CIRCOCENTRO, IL PUNTO DI INCONTRO DEGLI ASSI DEI SEGMENTI CHE RAPPRESENTANO I LATI DEL TRIANGOLO



INFINE SI DICE ORTOCENTRO, IL PUNTO DI INCONTRO DELLE ALTEZZE



ESEMPIO

DATI TRE PUNTI $A(\underset{x_1}{-3};\underset{y_1}{0})$ $B(\underset{x_2}{1};\underset{y_2}{4})$ $C(\underset{x_3}{-3};\underset{y_3}{6})$

DETERMINIAMO IL BARICENTRO DEL TRIANGOLO $\widehat{ABC}$, SAPENDO CHE LE SUE COORDINATE SONO DATE DA:

$$X_{BAR} = \frac{X_1+X_2+X_3}{3} \qquad Y_{BAR} = \frac{Y_1+Y_2+Y_3}{3}$$

CIOÈ:

$$X_{BAR} = \frac{-3+1-3}{3} \qquad Y_{BAR} = \frac{0+4+6}{3}$$

$$X_{BAR} = -\frac{5}{3} \qquad Y_{BAR} = \frac{10}{3}$$

IL PIANO CARTESIANO

DIVIDERE UN SEGMENTO IN PARTI PROPORZIONALI AD UN NUMERO K

DATI 2 PUNTI $A(x_1;y_1)$ E $B(x_2;y_2)$, SUL SEGMENTO $\overline{AB}$ IL PUNTO $P(x_P;y_P)$ DIVIDERÀ IL SEGMENTO IN PARTI PROPORZIONALI AD UN NUMERO K, CIOÈ TALE CHE:

$$\boxed{\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}} = k}$$

SE LE SUE COORDINATE SONO:

$$\boxed{\begin{aligned} x_P &= x_1 + k\cdot(x_2 - x_1) \\ y_P &= y_1 + k\cdot(y_2 - y_1) \end{aligned}}$$

AREA DI UN TRIANGOLO (SARRUS)

DATE LE COORDINATE DI 3 PUNTI SUL PIANO CARTESIANO,

$$\boxed{A(x_1;y_1) \qquad B(x_2;y_2) \qquad C(x_3;y_3)}$$

L'AREA DEL TRIANGOLO DI VERTICI $\hat{ABC}$ È UGUALE AD UN MEZZO DEL VALORE ASSOLUTO DEL DETERMINANTE DELLA MATRICE

$$\begin{matrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{matrix}$$

CIOÈ:

$$A(\hat{ABC}) = \boxed{\frac{1}{2}\cdot\left|\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}\right|}$$

CHE CON LA REGOLA DI SARRUS È:

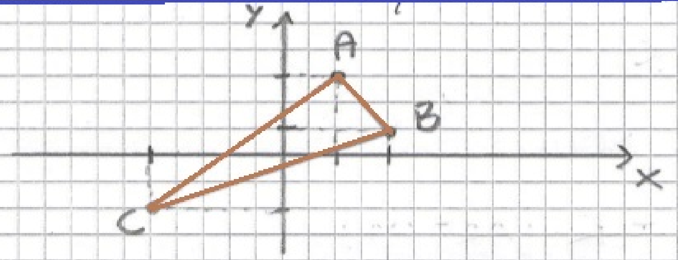
$$= \frac{1}{2}\cdot\left|\begin{matrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{matrix}\right| = \boxed{\frac{1}{2}\left|x_1y_2 + y_1x_3 + x_2y_3 - y_2x_3 - x_1y_3 - y_1x_2\right|}$$

ESERCIZIO SVOLTO

SIANO $A(2;3) \quad B(4;1) \quad C(-5;-2)$

I VERTICI DEL TRIANGOLO $\widehat{ABC}$.

CALCOLARE PERIMETRO, AREA E BARICENTRO DEL TRIANGOLO.



CALCOLIAMO LA MISURA DEI LATI, APPLICANDO PER OGNUNO LA FORMULA DELLA DISTANZA TRA DUE PUNTI:

$$\overline{AB} = \sqrt{(4-2)^2+(1-3)^2} = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{4+4} = \boxed{\sqrt{8}}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-5-2)^2+(-2-3)^2} = \sqrt{(-7)^2+(-5)^2} = \sqrt{49+25} = \boxed{\sqrt{74}}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-4)^2+(-2-1)^2} = \sqrt{(-9)^2+(-3)^2} = \sqrt{81+9} = \boxed{\sqrt{90}}$$

$$\boxed{P} = \overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC} = \boxed{\sqrt{8}+\sqrt{74}+\sqrt{90}}$$

POI:

$$\boxed{A(\widehat{ABC})} = \frac{1}{2}\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ -5 & -2 & 1 & -5 & -2 \end{array}\right| = \frac{1}{2}\cdot\left|2\cdot1\cdot1+3\cdot1\cdot(-5)+1\cdot4\cdot(-2)-(-5)\cdot1\cdot1-(-2)\cdot1\cdot2-1\cdot4\cdot3\right| =$$

$$= \frac{1}{2}\left|2-15-8+5+4-12\right| = \frac{1}{2}\cdot\left|-24\right| = \frac{24}{2} = \boxed{12}$$

INFINE CALCOLIAMO LE COORDINATE DEL BARICENTRO:

$$\boxed{X_{bar}} = \frac{X_1+X_2+X_3}{3} = \frac{2+4-5}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{Y_{bar}} = \frac{Y_1+Y_2+Y_3}{3} = \frac{3+1-2}{3} = \boxed{\frac{2}{3}}$$