Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

MASSIMA UTILITÀ DI UN CONSUMATORE CON IL VINCOLO DEL BILANCIO

UN PROBLEMA FONDAMENTALE IN ECONOMIA RIGUARDA LE SCELTE DI BENI E SERVIZI DEL CONSUMATORE. CONSIDERIAMO L'IPOTESI DI SOLI DUE BENI CON QUANTITÀ X_1 E X_2 CHE FORMANO IL COSIDDETTO PANIERE DI CONSUMO (X_1, X_2).

PER PROCURARSI TALI BENI IL CONSUMATORE HA A DISPOSIZIONE UNA SOMMA DI DENARO B DETTA BILANCIO.

SE P_1 E P_2 SONO I PREZZI DEI DUE BENI IL VINCOLO DEL BILANCIO SARÀ L'ESPRESSIONE:

$$P_1X_1 + P_2X_2 = B$$

TRA TUTTE LE COPPIE (X_1, X_2) CHE SODDISFANO IL VINCOLO DI BILANCIO SI DEVE TROVARE LA PREFERITA DAL CONSUMATORE.

LE PREFERENZE DEL CONSUMATORE VENGONO ESPRESSE DALLA FUNZIONE DI UTILITÀ CHE HA TANTE VARIABILI QUANTI SONO I BENI CONSIDERATI ED È FUNZIONE DELLE QUANTITÀ DEI BENI, CIOÈ NELLA NOSTRA IPOTESI

$$U = f(X_1; X_2)$$

NELLA TEORIA ECONOMICA SI CONSIDERANO DIVERSE TIPOLOGIE DI FUNZIONI DI UTILITÀ CON LA CONDIZIONE CHE SIANO CONTINUE (E QUINDI DERIVABILI) E CHE PER LE DERIVATE PARZIALI PRIME E SECONDE SI ABBIA

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} > 0 \quad \text{E} \quad \frac{\partial U}{\partial X_2} > 0$$

Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

COSÍ CHE IL PROBLEMA DI STABILIRE LA COPPIA (X_1, X_2) PREFERITA DAL CONSUMATORE (DETTA ANCHE PANIERE PREFERITO) CONSISTE NEL DETERMINARE IL MASSIMO DELLA FUNZIONE DI UTILITÁ CON IL VINCOLO DEL BILANCIO_

NELL'IPOTESI DI SOLI DUE BENI, IL MASSIMO VINCOLATO DELLA FUNZIONE IN DUE VARIABILI U LO POSSIAMO DETERMINARE MEDIANTE IL METODO DI SOSTITUZIONE OPPURE MEDIANTE IL METODO DELLE CURVE DI INDIFFERENZA O LINEE DI LIVELLO_

MASSIMA UTILITÁ VINCOLATA COL METODO DI SOSTITUZIONE

VEDIAMO UN ESEMPIO_

L'UTILITÁ ATTRIBUITA DA UN CONSUMATORE ALL'ACQUISTO DI DUE BENI È RAPPRESENTATA DALLA FUNZIONE

$$U = (X_1 + 2)(X_2 + 1)$$

CON UN PREZZO DEI BENI PARI A $P_1 = 2$, $P_2 = 3$ ED UNA SOMMA DISPONIBILE $B = 65$_

DETERMINIAMO LE QUANTITÁ CHE SI POSSONO ACQUISTARE MASSIMIZZANDO L'UTILITÁ TENUTO CONTO DEL VINCOLO DI BILANCIO

$$2X_1 + 3X_2 = 65$$

DALLA RELAZIONE DEL VINCOLO, ESSENDO LINEARE, ESPLICITIAMO UNA DELLE DUE VARIABILI E LA SOSTITUIAMO NELLA FUNZIONE

$$3X_2 = 65 - 2X_1 \Rightarrow X_2 = \frac{65}{3} - \frac{2}{3}X_1$$

Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

COSÌ

$$U=\left(X_1+2\right)\left(\frac{65}{3}-\frac{2}{3}X_1+1\right)$$

OTTENENDO COSÌ UN FUNZIONE IN UNA VARIABLE (X_1) CHE SVILUPPANDO I CALCOLI SARÀ:

$$U=\left(X_1+2\right)\left(\frac{68}{3}-\frac{2}{3}X_1\right)=\frac{68}{3}X_1-\frac{2}{3}X_1^2+\frac{136}{3}-\frac{4}{3}X_1$$

$$U=-\frac{2}{3}X_1^2+\frac{64}{3}X_1+\frac{136}{3}$$

CALCOLIAMO LA SUA DERIVATA PRIMA

$$U'=-\frac{4}{3}X_1+\frac{64}{3}$$

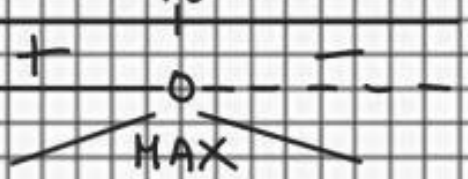
L'ANNULLIAMO $-\frac{4}{3}X_1+\frac{64}{3}=0$

$$-4X_1+64=0$$

$$X_1=\frac{64}{4}=16$$

E NE STUDIAMO IL SEGNO

$U'>0 \Rightarrow X_1<16 \Rightarrow$



CIOÉ LA FUNZIONE U HA UN MASSIMO RELATIVO IN $X_1=16$, E DALL'ESPRESSIONE DEL VINCOLO

$$X_2=\frac{65}{3}-\frac{2}{3}\cdot 16=\frac{65}{3}-\frac{32}{3}=\frac{33}{3}=11$$

QUINDI L'UTILITÀ MASSIMA SI HA CON IL PANIERE PREFERITO

$$(16;11)$$

ED È DI

$$U=(16+2)(11+1)=18\cdot 12=216$$

Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

ESEMPI

1 UN CONSUMATORE DISPONE DI € 120 PER L'ACQUISTO DI 2 BENI I CUI PREZZI SONO € 10 ED € 15. LA FUNZIONE DI UTILITÁ È ESPRESSA DALLA RELAZIONE

$$U = 10\sqrt{X_1 X_2}$$

DETERMINARE IL PANIERE PERFETTO CHE MASSIMIZZA L'UTILITÁ.

SCRIVIAMO IL VINCOLO DEL BILANCIO

$$10X_1 + 15X_2 = 120$$

LO ESPLICITIAMO PER UNA DELLE DUE INCOGNITE (q_1)

$$X_1 = 12 - \frac{3}{2}X_2$$

TALE ESPRESSIONE LA SOSTITUIAMO NELLA FUNZIONE DI UTILITÁ

$$U = 10\sqrt{\left(12 - \frac{3}{2}X_2\right)X_2}$$

OTTENENDO UNA FUNZIONE NELLA SOLA INCOGNITA X_2

$$U = 10\sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2}$$

CALCOLIAMO LA DERIVATA DI U

$$U' = 10 \cdot \frac{12 - 3X_2}{2\sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2}} = \frac{60 - 15X_2}{\sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2}}$$

L'AZZERIAMO

$$U' = 0 \Rightarrow 60 - 15X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = \frac{60}{15} = 4$$

E NE STUDIAMO IL SEGNO

$$U' > 0 \Rightarrow \begin{cases} N) & 60 - 15X_2 > 0 \\ D) & \sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2} > 0 \end{cases}$$

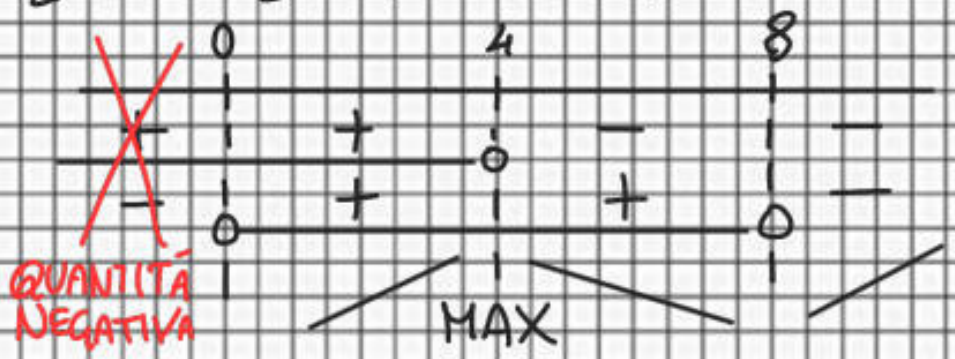
Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

N) $60-15X_2>0 \Rightarrow X_2<4$

D) $\sqrt{12X_2-\frac{3}{2}X_2^2}>0 \Rightarrow 12X_2-\frac{3}{2}X_2^2>0 \Rightarrow 3X_2\left(4-\frac{1}{2}X_2\right)=0$

$\Rightarrow X_2=0$ E $X_2=8 \Rightarrow 0<X_2<8$

CIOÉ



IN $X_2=4$ LA FUNZIONE DI UTILITÁ È MASSIMA, COSÍ

$$X_1=12-\frac{3}{2}\cdot 4=12-6=6$$

E QUINDI $X_1=6$ E $X_2=4$ CON UTILITÁ MASSIMA PARI A:

$$U=10\sqrt{6\cdot 4}=10\sqrt{6\cdot 2^2}=10\cdot 2\sqrt{6}=20\sqrt{6}$$

2 DETERMINARE LE QUANTITÁ DI BENI CHE MASSIMIZZANO L'UTILITÁ DI UN CONSUMATORE DATA DALLA RELAZIONE

$$U=2X_1X_2$$

CON UNA SOMMA MASSIMA DI 12 E PREZZI $P_1=2$ E $P_2=1$

$$2X_1+X_2=12 \Rightarrow X_2=12-2X_1$$

$$U=2X_1(12-2X_1)=24X_1-4X_1^2$$

$U'=0 \Rightarrow 24-8X_1=0 \Rightarrow X_1=3 \Rightarrow U'>0 \Rightarrow X<3$ E $X=3$ MAX

COSÍ $X_2=12-2\cdot 3=12-6=6$

QUINDI (3;6) PANIERE PERFETTO

E $U=2\cdot 3\cdot 6=36$ UTILITÁ MASSIMA