Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

MASSIMO PROFITTO DI UN'IMPRESA IN CONDIZIONI DI LIBERA CONCORRENZA

SE CONSIDERIAMO UN'IMPRESA CHE PRODUCE DUE BENI CON QUANTITÀ q_1 E q_2 E VENDE TALI BENI AI PREZZI P_1 E P_2 SAPENDO CHE TALI PREZZI IN LIBERA CONCORRENZA SONO FISSI ED INDIPENDENTI DALLE QUANTITÀ RICHIESTE ED IPOTIZZANDO CHE LA FUNZIONE DEI COSTI SIA NOTA, CIOÈ

$$C(q_1; q_2)$$

CONSIDERATA LA FUNZIONE RICAVO

$$R = P_1 \cdot q_1 + P_2 \cdot q_2$$

LA FUNZIONE PROFITTO O UTILE DA MASSIMIZZARE È

$$\Pi = R - C = P_1 q_1 + P_2 q_2 - C(q_1; q_2)$$

ESEMPIO

UN'IMPRESA CHE PRODUCE DUE BENI LI VENDE IN UN MERCATO DI CONCORRENZA PERFETTA AI PREZZI

$$P_1 = €320 \quad \text{E} \quad P_2 = €510$$

IL COSTO DI PRODUZIONE DI ENTRAMBI I BENI CIOÈ LA FUNZIONE DEI COSTI, È RAPPRESENTATA DALLA SEGUENTE RELAZIONE:

$$C(q_1; q_2) = q_1^2 + q_1 q_2 + 2q_2^2$$

DOVE q_1 E q_2 SONO LE QUANTITÀ PRODOTTE DEI DUE BENI. DETERMINIAMO LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA DEI DUE BENI CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO.

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

IL PROFITTO È DATO DA

$$\Pi = R - C = 320q_1 + 510q_2 - (q_1^2 + q_1q_2 + 2q_2^2)$$

CIOÈ

$$\Pi = 320q_1 + 510q_2 - q_1^2 - q_1q_2 - 2q_2^2$$

PER DETERMINARE I VALORI DI q_1 E q_2 CHE MASSIMIZZANO LA FUNZIONE DEL PROFITTO Π CALCOLIAMO LE SUE DERIVATE PARZIALI RISPETTO A q_1 E q_2:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 320 - 2q_1 - q_2 \quad \text{E} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 510 - q_1 - 4q_2$$

ANNULLANDOLE ENTRAMBE OTTENIAMO IL SISTEMA:

$$\begin{cases} 320 - 2q_1 - q_2 = 0 \\ 510 - q_1 - 4q_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2q_1 + q_2 = 320 \\ q_1 + 4q_2 = 510 \end{cases}$$

DAL QUALE OTTENIAMO:

$$\begin{cases} 2(510 - 4q_2) + q_2 = 320 \\ q_1 = 510 - 4q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1020 - 8q_2 + q_2 = 320 \\ q_1 = 510 - 4q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7q_2 = 320 - 1020 \\ q_1 = 510 - 4q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7q_2 = 700 \\ q_1 = 510 - 4q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = 100 \\ q_1 = 510 - 4 \cdot 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_1 = 110 \\ q_2 = 100 \end{cases}$$

ED IL PROFITTO PER TALI VALORI SARÀ

$$\Pi(110;100) = 320 \cdot 110 + 510 \cdot 100 - 110^2 - 110 \cdot 100 - 2 \cdot 100^2 = €\,43100$$

A QUESTO PUNTO PER VERIFICARE LA COPPIA DI VALORI $(110;100)$ SIA UN PUNTO DI MASSIMO PER LA FUNZIONE DEL PROFITTO Π DETERMINIAMO LE SUE DERIVATE

PARZIALI SECONDE, CIOÈ

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} = -2 \qquad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1 \partial q_2} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2 q_1} = -1 \qquad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2^2} = -4$$

E CALCOLIAMO L'HESSIANO:

$$H = (-2)(-4) - (-1)^2 = 8 - 1 = 7 > 0$$

E VISTO CHE

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} = -2 < 0$$

ALLORA IL PUNTO (110;100) È UN PUNTO DI MASSIMO PER LA FUNZIONE PROFITTO Π COSÌ SI PUÓ AFFERMARE CHE LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO È QUELLA IN CUI

$$q_1 = 110 \quad \text{E} \quad q_2 = 100$$

MASSIMO PROFITTO DI UN'IMPRESA IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO

SE CONSIDERIAMO UN'IMPRESA CHE PRODUCE DUE BENI CON QUANTITÁ q_1 E q_2 E VENDE TALI BENI AI PREZZI P_1 E P_2 SAPPIAMO CHE TALI PREZZI IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO NON SONO COSTANTI MA DIPENDONO DALLE FUNZIONI DI DOMANDA DEI DUE PRODOTTI, CHE COME ABBIAMO VISTO POSSONO ESSERE:

- SUCCEDANEI O SURROGATI, CIOÈ L'AUMENTO DI PREZZO DELL'UNO GENERA UN AUMENTO DELLA DOMANDA DELL'ALTRO.

★ COMPLEMENTARI, CIOÈ L'AUMENTO DI PREZZO DELL'UNO GENERA UNA DIMINUZIONE DELLA DOMANDA DI ENTRAMBI.

ESEMPIO

UN'IMPRESA PRODUCE DUE BENI SURROGATI E LI VENDE IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO.
LE LEGGI DELLA DOMANDA SONO ESPRESSE DALLE SEGUENTI RELAZIONI:

$$q_1 = 1000 - 3p_1 + p_2 \quad \text{E} \quad q_2 = 800 + 2p_1 - 4p_2$$

LA FUNZIONE DEI COSTI È DATA DALLA RELAZIONE

$$C(q_1, q_2) = 180q_1 + 2300q_2$$

DETERMINIAMO LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA DEI DUE BENI CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO.
DALLE LEGGI DELLA DOMANDA RICAVIAMO I PREZZI p_1 E p_2 IN FUNZIONE DELLE QUANTITÀ q_1 E q_2, CIOÈ RISOLVIAMO IL SISTEMA:

$$\begin{cases} q_1 = 1000 - 3p_1 + p_2 \\ q_2 = 800 + 2p_1 - 4p_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3p_1 = 1000 - q_1 + p_2 \\ 2p_1 = -800 + q_2 + 4p_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = \frac{1000}{3} - \frac{1}{3}q_1 + \frac{1}{3}p_2 \\ p_1 = -400 + \frac{1}{2}q_2 + 2p_2 \end{cases} \Rightarrow \quad p_1 = p_1$$

CIOÈ

$$\frac{1000}{3} - \frac{1}{3}q_1 + \frac{1}{3}p_2 = -400 + \frac{1}{2}q_2 + 2p_2$$

COSÌ

$$\frac{1}{3}p_2 - 2p_2 = -400 + \frac{1}{2}q_2 - \frac{1000}{3} + \frac{1}{3}q_1$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\frac{2P_2 - 12P_2}{6} = \frac{-2400 + 3q_2 - 2000 + 2q_1}{6}$$

$$-10P_2 = -4400 + 3q_2 + 2q_1$$

$$P_2 = \frac{-4400 + 2q_1 + 3q_2}{-10}$$

$$P_2 = 440 - 0{,}2q_1 - 0{,}3q_2$$

E

$$P_1 = -400 + \frac{1}{2}q_2 + 2(440 - 0{,}2q_1 - 0{,}3q_2) =$$

$$= -400 + 880 - 0{,}4q_1 + \frac{1}{2}q_2 - 0{,}6q_2 =$$

$$= 480 - 0{,}4q_1 + \frac{q_2 - 1{,}2q_2}{2} = 480 - 0{,}4q_1 - 0{,}1q_2$$

QUINDI

$P_1 = 480 - 0{,}4q_1 - 0{,}1q_2$ E $P_2 = 440 - 0{,}2q_1 - 0{,}3q_2$

A QUESTO PUNTO ALLORA SCRIVIAMO LA FUNZIONE DEL RICAVO, CIOÉ

$$R = P_1q_1 + P_2q_2 = q_1(480 - 0{,}4q_1 - 0{,}1q_2) + q_2(440 - 0{,}2q_1 - 0{,}3q_2)$$

COSÍ LA FUNZIONE PROFITTO È

$$\Pi = R - C = q_1(480 - 0{,}4q_1 - 0{,}1q_2) + q_2(440 - 0{,}2q_1 - 0{,}3q_2) - (180q_1 + 230q_2)$$

E SVILUPPANDO ED ORDINANDO OTTENIAMO:

$$\Pi = 480q_1 - 0{,}4q_1^2 - 0{,}1q_1q_2 + 440q_2 - 0{,}2q_1q_2 - 0{,}3q_2^2 - 180q_1 - 230q_2$$

$$\Pi = 300q_1 - 0{,}4q_1^2 - 0{,}3q_1q_2 + 210q_2 - 0{,}3q_2^2$$

$$\Pi = -0{,}4q_1^2 - 0{,}3q_1q_2 - 0{,}3q_2^2 + 300q_1 + 210q_2$$

CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI RISPETTO A q_1 E q_2

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = -0{,}8q_1 - 0{,}3q_2 + 300 \qquad \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = -0{,}3q_1 - 0{,}6q_2 + 210$

LE ANNULLIAMO ED OTTENIAMO IL SISTEMA:

$$\begin{cases} -0{,}8q_1 - 0{,}3q_2 + 300 = 0 \\ -0{,}3q_1 - 0{,}6q_2 + 210 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}8q_1 + 0{,}3q_2 = 300 \\ 0{,}3q_1 + 0{,}6q_2 = 210 \end{cases}$$

MOLTIPLICANDO PER 2 LA PRIMA EQUAZIONE E SCRIVENDO AL SUO POSTO LA DIFFERENZA TRA LA PRIMA E LA SECONDA (CIOÉ RISOLVIAMO IL SISTEMA COL METODO DI RIDUZIONE)

$$\begin{cases} 1{,}6q_1 - 0{,}3q_1 + 0{,}6q_2 - 0{,}6q_2 = 600 - 210 \\ 0{,}3q_1 + 0{,}6q_2 = 210 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1{,}3q_1 = 390 \\ 0{,}3q_1 + 0{,}6q_2 = 210 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 300 \\ q_2 = \frac{210 - 0{,}3 \cdot 300}{0{,}6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 300 \\ q_2 = 200 \end{cases}$$

QUINDI PER VERIFICARE SE LA COPPIA (300;200) È UN PUNTO DI MASSIMO PER LA FUNZIONE PROFITTO Π CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI SECONDE E DETERMINIANO L'HESSIANO:

$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} = -0{,}8 \qquad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1 \partial q_2} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2 \partial q_1} = -0{,}3 \qquad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2^2} = -0{,}6$

QUINDI

$$|H| = (-0{,}8)(-0{,}6) - (-0{,}3)^2 = 0{,}48 - 0{,}09 = 0{,}39$$

COSÍ VISTO CHE $H > 0$ E $\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} < 0$

ALLORA IL PUNTO $(q_1; q_2) = (300; 200)$ È UN MASSIMO PER Π E DI CONSEGUENZA LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO È $q_1 = 300$ E $q_2 = 200$ CON UN

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

PROFITTO PARI A

$$\Pi(300;200) = -0{,}4(300)^2 - 0{,}3 \cdot 300 \cdot 200 - 0{,}3(200)^2 + 300 \cdot 300 + 210 \cdot 200$$

$$\Pi = -36000 - 18000 - 12000 + 90000 + 42000$$

$$\Pi = 66000$$

E VENDENDO I BENI AI PREZZI

$$P_1 = 480 - 0{,}4 \cdot 300 - 0{,}1 \cdot 200 = 340$$

$$P_2 = 440 - 0{,}2 \cdot 300 - 0{,}3 \cdot 200 = 320$$

MASSIMO PROFITTO DI UN'IMPRESA

CHE VENDE UN PRODOTTO IN DUE MERCATI DIVERSI

CONSIDERIAMO UN'IMPRESA MONOPOLISTA CHE VENDE LO STESSO PRODOTTO IN DUE DIVERSI MERCATI, AD ESEMPIO QUELLO INTERNO E QUELLO ESTERO, E DEVE DECIDERE SE APPLICARE PREZZI DIVERSI O UGUALI DETERMINANDO QUALI QUANTITÀ q_1 E q_2 DEVE IMMETTERE SUI DUE MERCATI MASSIMIZZANDO IL PROFITTO E TENENDO CONTO DEL FATTO CHE LE LEGGI DELLA DOMANDA NEI DUE MERCATI SONO DIVERSE.

ESEMPIO

SUPPONIAMO CHE PER LO STESSO PRODOTTO NEL MERCATO INTERNO ED IN QUELLO ESTERO LA DOMANDA È DATA RISPETTIVAMENTE DA:

$$q_1 = 334 - 0{,}4P_1 \quad \text{E} \quad q_2 = 111 - 0{,}1P_2$$

LA FUNZIONE DEI COSTI È RAPPRESENTATA DALLA SEGUENTE RELAZIONE

$$C = 1000 + 10q + 0{,}2q^2 \quad \text{DOVE } q = q_1 + q_2$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

DETERMINIAMO QUALI QUANTITÀ BISOGNA IMMETTERE NEI DUE MERCATI PER MASSIMIZZARE IL PROFITTO NEI CASI:

a) IL PRODOTTO VIENE VENDUTO A PREZZI DIVERSI, $P_1 \neq P_2$

b) IL PRODOTTO VIENE VENDUTO A PREZZI UGUALI, $P_1 = P_2$

a $P_1 \neq P_2$ (DISCRIMINANDO IL PREZZO)

RICAVIAMO I PREZZI DALLE LEGGI DELLA DOMANDA

$$q_1 = 334 - 0{,}4P_1 \qquad q_2 = 111 - 0{,}1P_2$$

$$0{,}4P_1 = 334 - q_1 \quad \text{E} \quad 0{,}1P_2 = 111 - q_2$$

$$P_1 = 835 - 2{,}5q_1 \qquad P_2 = 1110 - 10q_2$$

SCRIVIAMO LA FUNZIONE PROFITTO

$$\Pi = R - C = q_1 \cdot P_1 + q_2 \cdot P_2 - (1000 + 10q + 0{,}2q^2) =$$

$$= q_1(835 - 2{,}5q_1) + q_2(1110 - 10q_2) - 1000 - 10(q_1 + q_2) - 0{,}2(q_1 + q_2)^2 =$$

$$= 835q_1 - 2{,}5q_1^2 + 1110q_2 - 10q_2^2 - 1000 - 10q_1 - 10q_2 - 0{,}2(q_1^2 + 2q_1q_2 + q_2^2) =$$

$$= 825q_1 - 2{,}5q_1^2 + 1100q_2 - 10q_2^2 - 1000 - 0{,}2q_1^2 - 0{,}4q_1q_2 - 0{,}2q_2^2 =$$

CIOÈ $\Pi = -2{,}7q_1^2 - 0{,}4q_1q_2 - 10{,}2q_2^2 + 825q_1 + 1100q_2 - 1000$

DETERMINIAMO LE SUE DERIVATE PARZIALI RISPETTO A q_1 E q_2

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = -5{,}4q_1 - 0{,}4q_2 + 825 \quad \text{E} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = -0{,}4q_1 - 20{,}4q_2 + 1100$$

LE UGUAGLIAMO A ZERO ED OTTENIAMO IL SISTEMA

$$\begin{cases} -5{,}4q_1 - 0{,}4q_2 + 825 = 0 \\ -0{,}4q_1 - 20{,}4q_2 + 1100 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5{,}4q_1 + 0{,}4q_2 = 825 \\ 0{,}4q_1 + 20{,}4q_2 = 1100 \end{cases}$$

DAL QUALE RICAVIAMO I VALORI DI q_1 E q_2. CIOÈ

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\begin{cases} q_1 = \dfrac{825 - 0{,}4\,q_2}{5{,}4} \\ q_1 = \dfrac{1100 - 20{,}4\,q_2}{0{,}4} \end{cases} \Rightarrow \frac{825 - 0{,}4\,q_2}{5{,}4} = \frac{1100 - 20{,}4\,q_2}{0{,}4}$$

$$\Rightarrow \quad 0{,}4(825 - 0{,}4q_2) = 5{,}4(1100 - 20{,}4q_2)$$

$$330 - 0{,}16q_2 = 5940 - 110{,}16q_2$$

$$110{,}16q_2 - 0{,}16q_2 = 5940 - 330$$

$$110q_2 = 5610$$

$$q_2 = 51$$

E

$$q_1 = \frac{825 - 0{,}4 \cdot 51}{5{,}4} = 149 \quad \text{CIOÈ} \quad (\bar{q}_1; \bar{q}_2) = (149; 51)$$

CALCOLIAMO L'HESSIANO PER Π E VERIFICHIAMO SE TALE COPPIA $(\bar{q}_1; \bar{q}_2)$ È UN MASSIMO.

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} = -5{,}4 \qquad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1 \partial q_2} = \frac{\partial \Pi^2}{\partial q_2 \partial q_1} = -0{,}4 \qquad \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = -20{,}4$$

$$H = (-5{,}4)(-20{,}4) - (-0{,}4)^2 = 110$$

VISTO CHE $H > 0$ E $\dfrac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} < 0$

ALLORA IL PUNTO $(\bar{q}_1; \bar{q}_2) = (149; 51)$ È UN MASSIMO PER Π E DI CONSEGUENZA LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO È $\bar{q}_1 = 149$ E $\bar{q}_2 = 51$ CON UN PROFITTO PARI A:

$$\Pi(149; 51) = -2{,}7(149)^2 - 0{,}4 \cdot 149 \cdot 51 - 10{,}2(51)^2 + 825 \cdot 149 + 1100 \cdot 51 - 1000 = 88512{,}5$$

E VENDENDO IL PRODOTTO AI PREZZI

$P_1 = 835 - 2{,}5 \cdot 149 = 462{,}5$ NEL MERCATO INTERNO

$P_2 = 1110 - 10 \cdot 51 = 600$ NEL MERCATO ESTERO

b $P_1=P_2$ (NON DISCRIMINANDO IL PREZZO)

IN QUESTO CASO LA DOMANDA COMPLESSIVA É

$$Q=q_1+q_2=334-0,4P+111-0,1P=445-0,5P$$

DALLA QUALE

$$0,5P=445-Q \Rightarrow P=890-2Q$$

MENTRE LA FUNZIONE DEL PROFITTO É

$$\Pi=R-C=PQ-1000-10Q-0,2Q^2$$

CIOÉ

$$\Pi=Q(890-2Q)-1000-10Q-0,2Q^2=8900-2Q^2-1000-10Q-0,2Q^2$$

$$\Pi=-2,2Q^2+880Q-1000$$

FUNZIONE IN UNA VARIABILE LA CUI DERIVATA PRIMA É

$$\frac{\delta\Pi}{\delta Q}=-4,4Q+880$$

CHE SI ANNULLA PER

$$-4,4Q+880=0 \Rightarrow Q=\frac{880}{4,4}=200$$

ED ESSENDO LA DERIVATA SECONDA NEGATIVA, CIOÉ

$$\frac{\delta^2\Pi}{\delta Q^2}=-4,4$$

ALLORA $\Pi(200)=-2,2(200)^2+880(200)-1000=87000$

É IL MASSIMO PROFITTO CHE SI OTTIENE CON UNA QUANTITÁ DI BENE PARI A 200, UN UNICO PREZZO

$$P=890-2Q=890-2\cdot 200=490$$

E LE DIVERSE QUANTITÁ NEI DUE MERCATI PARI A

$q_1=334-0,4\cdot 490=138$ E $q_2=111-0,1\cdot 490=62$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

ESEMPI

1 DETERMINARE PER QUALE COMBINAZIONE DI DUE BENI UN'IMPRESA OTTIENE IL MASSIMO PROFITTO VENDENDOLI IN UN MERCATO DI LIBERA CONCORRENZA SAPENDO CHE LA FUNZIONE DEI COSTI È

$$C(q_1, q_2) = 3q_1^2 + q_1 q_2 + 2q_2^2$$

E CHE IL PREZZO DEI BENI È $P_1 = €200$ E $P_2 = €150$. DETERMINARE ANCHE IL MASSIMO PROFITTO.

INNANZI TUTTO SCRIVIAMO LA FUNZIONE DEL PROFITTO

$$\Pi = R - C = 200q_1 + 150q_2 - (3q_1^2 + q_1 q_2 + 2q_2^2) =$$
$$= -3q_1^2 - 2q_2^2 - q_1 q_2 + 200q_1 + 150q_2$$

CALCOLIAMO LE DUE DERIVATE PARZIALI E ANNULLIAMOLE

$$\Pi'_{q_1} = -6q_1 - q_2 + 200 \quad \text{E} \quad \Pi'_{q_2} = -4q_2 - q_1 + 150$$

$$\begin{cases} -6q_1 - q_2 + 200 = 0 \\ -4q_2 - q_1 + 150 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = -6q_1 + 200 \\ -4(-6q_1 + 200) - q_1 + 150 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_2 = -6q_1 + 200 \\ 24q_1 - q_1 = 800 - 150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = -6q_1 + 200 \\ 23q_1 = 650 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = -6\frac{650}{23} + 200 \\ q_1 = \frac{650}{23} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_1 = \frac{650}{23} \\ q_2 = \frac{-3900 + 4600}{23} \end{cases} \Rightarrow (q_1, q_2) = \left(\frac{650}{23}, \frac{700}{23}\right)$$

CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI SECONDE E L'HESSIANO

$$\Pi''_{q_1 q_1} = -6 \qquad \Pi''_{q_1 q_2} = \Pi''_{q_2 q_1} = -1 \qquad \Pi''_{q_2 q_2} = -4$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$H=(-6)(-4)-(-1)^2=24-1=23>0$

COSÍ VISTO CHE $H>0$ E $\Pi''_{q_1q_1}<0$ ALLORA LA COMBINAZIONE DEI DUE BENI CHE RENDE UN MASSIMO PROFITTO È

$$q_1=\frac{650}{23}\simeq 28 \quad \text{E} \quad q_2=\frac{700}{23}\simeq 30$$

CON UN MASSIMO PROFITTO PARI A

$$\Pi=-3\cdot 28^2-2\cdot 30^2-28\cdot 30+200\cdot 28+150\cdot 30=€5'108$$

2 STRATEGIE A CONFRONTO –

PER PRODURRE DUE BENI UN'IMPRESA SOSTIENE DEI COSTI RAPPRESENTATI DALLA FUNZIONE

$$C=2q_1^2+2q_1q_2+q_2^2$$

DETERMINARE IL MASSIMO PROFITTO E CON QUALE COMBINAZIONE PRODUTTIVA LO OTTIENE SE

a **OPERA IN CONDIZIONI DI CONCORRENZA PERFETTA** CON PREZZI $P_1=€220$ E $P_2=€130$

b **OPERA IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO CON LEGGI** DELLA DOMANDA $q_1=600-2p_1-p_2$ E $q_2=750-p_1-3p_2$

a LA FUNZIONE DEL PROFITTO È

$$\Pi=220q_1+130q_2-2q_1^2-2q_1q_2-q_2^2$$

LE DERIVATE PARZIALI SONO

$$\Pi'_{q_1}=220-4q_1-2q_2 \quad \text{E} \quad \Pi'_{q_2}=130-2q_1-2q_2$$

COSÍ

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\begin{cases} 220 - 4q_1 - 2q_2 = 0 \\ 130 - 2q_1 - 2q_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4q_1 + 2q_2 = 220 \\ 2q_1 + 2q_2 = 130 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 55 - \frac{1}{2}q_2 \\ q_1 = 65 - q_2 \end{cases}$$

$$q_1 = q_1 \Rightarrow 55 - \frac{1}{2}q_2 = 65 - q_2 \Rightarrow q_2 - \frac{1}{2}q_2 = 65 - 55$$

$$q_2 = 20 \Rightarrow q_1 = 65 - 20 = 45$$

LE DERIVATE PARZIALI SECONDE SONO

$$\Pi''_{q_1q_1} = -4 \qquad \Pi''_{q_1q_2} = \Pi''_{q_2q_1} = -2 \qquad \Pi''_{q_2q_2} = -2$$

MENTRE L'HESSIANO È

$$H = (-4)(-2) - (-2)^2 = 8 - 4 = 4 > 0$$

QUINDI LA COMBINAZIONE CHE DÀ MASSIMO PROFITTO È $q_1 = 45$ E $q_2 = 20$ CON PROFITTO MASSIMO PARI A

$$\Pi = 220 \cdot 45 + 130 \cdot 20 - 2 \cdot 45^2 - 2 \cdot 45 \cdot 20 - 20^2 = €\,6250$$

b RICAVIAMO I PREZZI DALLE DOMANDE

$$\begin{cases} q_1 = 600 - 2p_1 - p_2 \\ q_2 = 750 - p_1 - 3p_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_2 = 600 - 2p_1 - q_1 \\ p_1 = 750 - q_2 - 3p_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_2 = 600 - 2p_1 - q_1 \\ p_1 = 750 - q_2 - 3(600 - 2p_1 - q_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_2 = 600 - 2p_1 - q_1 \\ p_1 - 6p_1 = -1050 - q_2 + 3q_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_2 = 600 - 2(210 - 0{,}6q_1 + 0{,}2q_2) - q_1 \\ p_1 = 210 - 0{,}6q_1 + 0{,}2q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = 210 - 0{,}6q_1 + 0{,}2q_2 \\ p_2 = 180 + 0{,}2q_1 - 0{,}4q_2 \end{cases}$$

SCRIVIAMO LA FUNZIONE DEL PROFITTO

$$\Pi = p_1q_1 + p_2q_2 - 2q_1^2 - 2q_1q_2 - q_2^2 =$$

$$= (210 - 0{,}6q_1 + 0{,}2q_2)q_1 + (180 + 0{,}2q_1 - 0{,}4q_2)q_2 - 2q_1^2 - 2q_1q_2 - q_2^2 =$$

$$= 210q_1 - 0{,}6q_1^2 + 0{,}2q_1q_2 + 180q_2 + 0{,}2q_1q_2 - 0{,}4q_2^2 - 2q_1^2 - 2q_1q_2 - q_2^2$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\Pi = 210q_1 - 2{,}6q_1^2 - 1{,}6q_1q_2 + 180q_2 - 1{,}4q_2^2$$

CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI PRIME

$$\Pi'_{q_1} = 210 - 5{,}2q_1 - 1{,}6q_2 \quad \text{E} \quad \Pi'_{q_2} = 180 - 2{,}8q_2 - 1{,}6q_1$$

COSÌ

$$\begin{cases} 210 - 5{,}2q_1 - 1{,}6q_2 = 0 \\ 180 - 1{,}6q_1 - 2{,}8q_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \dfrac{210 - 1{,}6q_2}{5{,}2} \\ 1{,}6\left(\dfrac{210 - 1{,}6q_2}{5{,}2}\right) + 2{,}8q_2 = 180 \end{cases}$$

$$\frac{336}{5{,}2} - \frac{2{,}56}{5{,}2}q_2 + 2{,}8q_2 = 180 \Rightarrow \frac{14{,}56q_2 - 2{,}56q_2}{5{,}2} = \frac{936 - 336}{5{,}2}$$

$$12q_2 = 600 \Rightarrow q_2 = 50 \quad \text{E} \quad q_1 = \frac{210 - 1{,}6 \cdot 50}{5{,}2} = 25$$

CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI SECONDE

$$\Pi''_{q_1q_1} = -5{,}2 \qquad \Pi''_{q_1q_2} = \Pi''_{q_2q_1} = -1{,}6 \qquad \Pi''_{q_2q_2} = -2{,}8$$

CALCOLIAMO L'HESSIANO

$$|H| = (-5{,}2)(-2{,}8) - (-1{,}6)^2 = 14{,}56 - 2{,}56 = 12 > 0$$

QUINDI LA COMBINAZIONE CHE DÀ MASSIMO PROFITTO È $q_1 = 25$ E $q_2 = 50$ CON PROFITTO MASSIMO PARI A

$$\Pi = 210 \cdot 25 + 180 \cdot 50 - 2{,}6 \cdot 25^2 - 1{,}6 \cdot 25 \cdot 50 - 1{,}4 \cdot 50^2 = €\,7125$$

CON PREZZI

$$P_1 = 210 - 0{,}6 \cdot 25 + 0{,}2 \cdot 50 = €\,205 \qquad P_2 = 180 + 0{,}2 \cdot 25 - 0{,}4 \cdot 50 = €\,165$$

OSSERVAZIONE:

SCEGLIENDO UN MECCANISMO DI MONOPOLIO L'IMPRESA PUÒ OTTENERE UN MAGGIORE PROFITTO DI

$$€\,7125 - €\,6250 = €\,875$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

3 DETERMINARE PER QUALE COMBINAZIONE PRODUTTIVA UN'IMPRESA OTTIENE IL MASSIMO PROFITTO IN LIBERA CONCORRENZA SAPENDO CHE LA FUNZIONE DEI COSTI È

$$C = q_1^2 + 2q_1q_2 + 3q_2^2$$

CON PREZZI PARI A $P_1 = €100$ E $P_2 = €250$.

$$\Pi = P_1q_1 + P_2q_2 - q_1^2 - 2q_1q_2 - 3q_2^2 = 100q_1 + 250q_2 - q_1^2 - 2q_1q_2 - 3q_2^2$$

$$\Pi'_{q_1} = 100 - 2q_1 - 2q_2 \quad \text{e} \quad \Pi'_{q_2} = 250 - 2q_1 - 6q_2$$

$$\begin{cases} 100 - 2q_1 - 2q_2 = 0 \\ 250 - 2q_1 - 6q_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2q_1 + 2q_2 = 100 \\ 2q_1 + 6q_2 = 250 \end{cases} \quad \begin{cases} 2q_1 + 2q_2 = 100 \\ 2q_2 - 6q_2 = 100 - 250 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2q_1 + 2q_2 = 100 \\ -4q_2 = -150 \end{cases} \quad \begin{cases} 2q_1 + 2 \cdot 37{,}5 = 100 \\ q_2 = 37{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = 12{,}5 \simeq 13 \\ q_2 = 37{,}5 \simeq 38 \end{cases}$$

$$\Pi''_{q_1q_1} = -2 \qquad \Pi''_{q_1q_2} = \Pi''_{q_2q_1} = -2 \qquad \Pi''_{q_2q_2} = -6$$

$$H = (-2)(-6) - (-2)^2 = 12 - 4 = 8 > 0 \quad \text{e} \quad \Pi''_{q_1q_1} < 0$$

$(13; 38)$ MASSIMO

$$\Pi = 100 \cdot 13 + 250 \cdot 38 - 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot 38 - 3 \cdot 38^2 = €5311$$ MAX PROFITTO

4 UN'IMPRESA PRODUCE DUE BENI E LI VENDE IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO. LA FUNZIONE DEI COSTI È

$$C = q_1^2 + 2q_1q_2 + 3q_2^2 + 500$$

MENTRE LE RELAZIONI DELLE DOMANDE SONO

$$q_1 = 500 - P_1 \quad \text{E} \quad q_2 = 1100 - 2P_2$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

DETERMINARE LE QUANTITÀ DI CIASCUN PRODOTTO CHE MASSIMIZZANO IL PROFITTO CON I RELATIVI PREZZI.

$q_1 = 500 - p_1 \Rightarrow p_1 = 500 - q_1 \qquad q_2 = 1100 - 2p_2 \Rightarrow p_2 = 550 - \frac{1}{2}q_2$

$$\Pi = (500 - q_1)q_1 + (550 - \tfrac{1}{2}q_2)q_2 - q_1^2 - 2q_1q_2 - 3q_2^2 - 500 =$$

$$= 500q_1 - q_1^2 + 550q_2 - \tfrac{1}{2}q_2^2 - q_1^2 - 2q_1q_2 - 3q_2^2 - 500 =$$

$$= -2q_1^2 - 2q_1q_2 - \tfrac{7}{2}q_2^2 + 500q_1 + 550q_2 - 500$$

$$\Pi'_{q_1} = -4q_1 - 2q_2 + 500 \quad \text{E} \quad \Pi'_{q_2} = -2q_1 - 7q_2 + 550$$

$$\begin{cases} -4q_1 - 2q_2 + 500 = 0 \\ -2q_1 - 7q_2 + 550 = 0 \end{cases} \begin{cases} 4q_1 + 2q_2 = 500 \\ 2q_1 + 7q_2 = 550 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + q_2 = 250 \\ 2q_1 + 7q_2 = 550 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2q_1 + q_2 = 250 \\ 7q_2 - q_2 = 550 - 250 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + q_2 = 250 \\ 6q_2 = 300 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + 50 = 250 \\ q_2 = 50 \end{cases} \begin{cases} q_1 = 100 \\ q_2 = 50 \end{cases}$$

$$\Pi''_{q_1q_1} = -4 \qquad \Pi''_{q_1q_2} = \Pi''_{q_2q_1} = -2 \qquad \Pi''_{q_2q_2} = -7$$

$$H = (-4)(-7) - (-2)^2 = 28 - 4 = 24 > 0 \qquad \Pi''_{q_1q_1} < 0$$

$(100; 50)$ MAX

MASSIMO PROFITTO

$$\Pi = -2(100)^2 - 2 \cdot 100 \cdot 50 - \tfrac{7}{2}50^2 + 500 \cdot 100 + 550 \cdot 50 - 500 = €\,38.250$$

CON PREZZI DEI BENI PARI A:

$p_1 = 500 - q_1 = 500 - 100 = €\,400$

$p_2 = 550 - \frac{1}{2}q_2 = 550 - 25 = €\,525$