

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

MASSIMO PROFITTO DI UN'IMPRESA IN CONDIZIONI DI LIBERA CONCORRENZA

SE CONSIDERIAMO UN'IMPRESA CHE PRODUCE DUE BENI CON QUANTITÀ q_1 E q_2 E VENDE TALI BENI AI PREZZI p_1 E p_2 SAPENDO CHE TALI PREZZI IN LIBERA CONCORRENZA SONO FISSI ED INDIPENDENTI DALLE QUANTITÀ RICHIESTE ED IPOTIZZANDO CHE LA FUNZIONE DEI COSTI SIA NOTA, CIOÈ

$$C(q_1, q_2)$$

CONSIDERATA LA FUNZIONE RICAVO

$$R = p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2$$

LA FUNZIONE PROFITTO O UTILE DA MASSIMIZZARE È

$$\Pi = R - C = p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 - C(q_1, q_2)$$

ESEMPIO

UN'IMPRESA CHE PRODUCE DUE BENI LI VENDE IN UN MERCATO DI CONCORRENZA PERFETTA AI PREZZI

$$p_1 = €320 \text{ E } p_2 = €510$$

IL COSTO DI PRODUZIONE DI ENTRAMBI I BENI CIOÈ LA FUNZIONE DEI COSTI, È RAPPRESENTATA DALLA SEGUENTE RELAZIONE:

$$C(q_1, q_2) = q_1^2 + q_1 \cdot q_2 + 2q_2^2$$

DOVE q_1 E q_2 SONO LE QUANTITÀ PRODOTTE DEI DUE BENI. DETERMINIAMO LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA DEI DUE BENI CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO.

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

IL PROFITTO È DATO DA

$$\Pi = R - C = 320q_1 + 510q_2 - (q_1^2 + q_1q_2 + 2q_2^2)$$

CIOÈ

$$\Pi = 320q_1 + 510q_2 - q_1^2 - q_1q_2 - 2q_2^2$$

PER DETERMINARE I VALORI DI q_1 E q_2 CHE MASSIMIZZANO LA FUNZIONE DEL PROFITTO Π CALCOLIAMO LE SUE DERIVATE PARZIALI RISPETTO A q_1 E q_2 :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 320 - 2q_1 - q_2 \quad \text{E} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 510 - q_1 - 4q_2$$

ANNULLANDO LE ENTRAMBE OTTENIAMO IL SISTEMA:

$$\begin{cases} 320 - 2q_1 - q_2 = 0 \\ 510 - q_1 - 4q_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2q_1 + q_2 = 320 \\ q_1 + 4q_2 = 510 \end{cases}$$

DAL QUALE OTTENIAMO:

$$\begin{cases} 2(510 - 4q_2) + q_2 = 320 \\ q_1 = 510 - 4q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1020 - 8q_2 + q_2 = 320 \\ q_1 = 510 - 4q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7q_2 = 320 - 1020 \\ q_1 = 510 - 4q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7q_2 = 700 \\ q_1 = 510 - 4q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = 100 \\ q_1 = 510 - 4 \cdot 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_1 = 110 \\ q_2 = 100 \end{cases}$$

ED IL PROFITTO PER TALI VALORI SARÀ

$$\Pi(110; 100) = 320 \cdot 110 + 510 \cdot 100 - 110^2 - 110 \cdot 100 - 2 \cdot 100^2 = € 43100$$

A QUESTO PUNTO PER VERIFICARE LA COPPIA DI VALORI $(110; 100)$ SIA UN PUNTO DI MASSIMO PER LA FUNZIONE DEL PROFITTO Π DETERMINIAMO LE SUE DERIVATE

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

PARZIALI SECONDE, CIOÈ

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} = -2 \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1 \partial q_2} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2 \partial q_1} = -1 \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2^2} = -4$$

E CALCOLIAMO L'HESSIANO:

$$H = (-2)(-4) - (-1)^2 = 8 - 1 = 7 > 0$$

E VISTO CHE

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} = -2 < 0$$

ALLORA IL PUNTO $(110, 100)$ È UN PUNTO DI MASSIMO PER LA FUNZIONE PROFITTO Π COSÌ SI PUÒ AFFERMARE CHE LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO È QUELLA IN CUI

$$q_1 = 110 \quad \text{E} \quad q_2 = 100$$

MASSIMO PROFITTO DI UN'IMPRESA IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO

SE CONSIDERIAMO UN'IMPRESA CHE PRODUCE DUE BENI CON QUANTITÀ q_1 E q_2 E VENDE TALI BENI AI PREZZI p_1 E p_2 SAPPIAMO CHE TALI PREZZI IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO NON SONO COSTANTI MA DIPENDONO DALLE FUNZIONI DI DOMANDA DEI DUE PRODOTTI, CHE COME ABBIAMO VISTO POSSONO ESSERE:

- ★ **SUCCEDANEI O SURROGATI**, CIOÈ L'AUMENTO DI PREZZO DELL'UNO GENERA UN AUMENTO DELLA DOMANDA DELL'ALTRO.

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

★ **COMPLEMENTARI**, CIOÈ L'AUMENTO DI PREZZO DELL'UNO GENERA UNA DIMINUIZIONE DELLA DOMANDA DI ENTRAMBI.

ESEMPIO

UN'IMPRESA PRODUCE DUE BENI SURROGATI E LIVENDE IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO.

LE LEGGI DELLA DOMANDA SONO ESPRESSE DALLE SEGUENTI RELAZIONI:

$$q_1 = 1000 - 3p_1 + p_2 \quad \text{E} \quad q_2 = 800 + 2p_1 - 4p_2$$

LA FUNZIONE DEI COSTI È DATA DALLA RELAZIONE

$$C(q_1, q_2) = 180q_1 + 230q_2$$

DETERMINIAMO LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA DEI DUE BENI CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO.

DALLE LEGGI DELLA DOMANDA RICAVIAMO I PREZZI p_1 E p_2 IN FUNZIONE DELLE QUANTITÀ q_1 E q_2 , CIOÈ RISOLVIAMO IL SISTEMA:

$$\begin{cases} q_1 = 1000 - 3p_1 + p_2 \\ q_2 = 800 + 2p_1 - 4p_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3p_1 = 1000 - q_1 + p_2 \\ 2p_1 = -800 + q_2 + 4p_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = \frac{1000}{3} - \frac{1}{3}q_1 + \frac{1}{3}p_2 \\ p_1 = -400 + \frac{1}{2}q_2 + 2p_2 \end{cases} \Rightarrow p_1 = p_1$$

CIOÈ

$$\frac{1000}{3} - \frac{1}{3}q_1 + \frac{1}{3}p_2 = -400 + \frac{1}{2}q_2 + 2p_2$$

$$\text{COST} \quad \frac{1}{3}p_2 - 2p_2 = -400 + \frac{1}{2}q_2 - \frac{1000}{3} + \frac{1}{3}q_1$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\frac{2P_2 - 12P_2}{6} = \frac{-2400 + 3Q_2 - 2000 + 2Q_1}{6}$$

$$-10P_2 = -4400 + 3Q_2 + 2Q_1$$

$$P_2 = \frac{-4400 + 2Q_1 + 3Q_2}{-10}$$

$$P_2 = 440 - 0,2Q_1 - 0,3Q_2$$

E

$$P_1 = -400 + \frac{1}{2}Q_2 + 2(440 - 0,2Q_1 - 0,3Q_2) =$$

$$= -400 + 880 - 0,4Q_1 + \frac{1}{2}Q_2 - 0,6Q_2 =$$

$$= 480 - 0,4Q_1 + \frac{Q_2 - 1,2Q_2}{2} = 480 - 0,4Q_1 - 0,1Q_2$$

QUINDI

$$P_1 = 480 - 0,4Q_1 - 0,1Q_2 \quad \text{E} \quad P_2 = 440 - 0,2Q_1 - 0,3Q_2$$

A QUESTO PUNTO ALLORA SCRIVIAMO LA FUNZIONE DEL RICAVO, CIO È

$$R = P_1Q_1 + P_2Q_2 = Q_1(480 - 0,4Q_1 - 0,1Q_2) + Q_2(440 - 0,2Q_1 - 0,3Q_2)$$

COSÌ LA FUNZIONE PROFITTO È

$$\Pi = R - C = Q_1(480 - 0,4Q_1 - 0,1Q_2) + Q_2(440 - 0,2Q_1 - 0,3Q_2) - (180Q_1 + 230Q_2)$$

E SVILUPPANDO ED ORDINANDO OTTIENIAMO:

$$\Pi = 480Q_1 - 0,4Q_1^2 - 0,1Q_1Q_2 + 440Q_2 - 0,2Q_1Q_2 - 0,3Q_2^2 - 180Q_1 - 230Q_2$$

$$\Pi = 300Q_1 - 0,4Q_1^2 - 0,3Q_1Q_2 + 210Q_2 - 0,3Q_2^2$$

$$\Pi = -0,4Q_1^2 - 0,3Q_1Q_2 - 0,3Q_2^2 + 300Q_1 + 210Q_2$$

CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI RISPETTO A Q_1 E Q_2

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = -0,8q_1 - 0,3q_2 + 300 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = -0,3q_1 - 0,6q_2 + 210$$

LE ANNULIAMO ED OTTIENIAMO IL SISTEMA:

$$\begin{cases} -0,8q_1 - 0,3q_2 + 300 = 0 \\ -0,3q_1 - 0,6q_2 + 210 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,8q_1 + 0,3q_2 = 300 \\ 0,3q_1 + 0,6q_2 = 210 \end{cases}$$

MOLTIPLICANDO PER 2 LA PRIMA EQUAZIONE E SCRIVENDO AL SUO POSTO LA DIFFERENZA TRA LA PRIMA E LA SECONDA (CIOÈ RISOLVIAMO IL SISTEMA COL METODO DI RIDUZIONE)

$$\begin{cases} 1,6q_1 - 0,3q_1 + \cancel{0,6q_2} - \cancel{0,6q_2} = 600 - 210 \\ 0,3q_1 + 0,6q_2 = 210 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,3q_1 = 390 \\ 0,3q_1 + 0,6q_2 = 210 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 300 \\ q_2 = \frac{210 - 0,3 \cdot 300}{0,6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 300 \\ q_2 = 200 \end{cases}$$

QUINDI PER VERIFICARE SE LA COPPIA $(300; 200)$ È UN PUNTO DI MASSIMO PER LA FUNZIONE PROFITTO Π CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI SECONDE E DETERMINIAMO L'HESSIANO:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} = -0,8 \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1 \partial q_2} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2 \partial q_1} = -0,3 \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2^2} = -0,6$$

QUINDI

$$H = (-0,8)(-0,6) - (-0,3)^2 = 0,48 - 0,09 = 0,39$$

COSÌ VISTO CHE $H > 0$ E $\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} < 0$

ALLORA IL PUNTO $(q_1; q_2) = (300; 200)$ È UN MASSIMO PER Π E DI CONSEGUENZA LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO È $q_1 = 300$ E $q_2 = 200$ CON UN

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

PROFITTO PARI A

$$\Pi(300;200) = -0,4(300)^2 - 0,3 \cdot 300 \cdot 200 - 0,3(200)^2 + 300 \cdot 300 + 210 \cdot 200$$

$$\Pi = -36000 - 18000 - 12000 + 90000 + 42000$$

$$\Pi = 66000$$

E VENDENDO I BENI AI PREZZI

$$P_1 = 480 - 0,4 \cdot 300 - 0,1 \cdot 200 = 340$$

$$P_2 = 440 - 0,2 \cdot 300 - 0,3 \cdot 200 = 320$$

MASSIMO PROFITTO DI UN'IMPRESA

CHE VENDE UN PRODOTTO IN DUE MERCATI DIVERSI

CONSIDERIAMO UN'IMPRESA MONOPOLISTA CHE VENDE LO STESSO PRODOTTO IN DUE DIVERSI MERCATI, AD ESEMPIO QUELLO INTERNO E QUELLO ESTERO, E DEVE DECIDERE SE APPLICARE PREZZI DIVERSI O UGUALI DETERMINANDO QUALI QUANTITÀ q_1 E q_2 DEVE IMMETTERE SUI DUE MERCATI MASSIMIZZANDO IL PROFITTO E TENENDO CONTO DEL FATTO CHE LE LEGGI DELLA DOMANDA NEI DUE MERCATI SONO DIVERSE.

ESEMPIO

SUPPONIAMO CHE PER LO STESSO PRODOTTO NEL MERCATO INTERNO ED IN QUELLO ESTERO LA DOMANDA È DATA RISPETTIVAMENTE DA:

$$q_1 = 334 - 0,4P_1 \quad \text{E} \quad q_2 = 114 - 0,1P_2$$

LA FUNZIONE DEI COSTI È RAPPRESENTATA DALLA SEGUENTE RELAZIONE

$$C = 1000 + 10q + 0,2q^2 \quad \text{DOVE } q = q_1 + q_2$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

DETERMINIAMO QUALI QUANTITÀ BISOGNA IMMETTERE NEI DUE MERCATI PER MASSIMIZZARE IL PROFITTO NEI CASI:
a) IL PRODOTTO VIENE VENDUTO A PREZZI DIVERSI, $P_1 \neq P_2$
b) IL PRODOTTO VIENE VENDUTO A PREZZI UGUALI, $P_1 = P_2$

a) $P_1 \neq P_2$ (DISCRIMINANDO IL PREZZO)

RICAVIAMO I PREZZI DALLE LEGGI DELLA DOMANDA

$$\begin{aligned}Q_1 &= 334 - 0,4P_1 & Q_2 &= 111 - 0,1P_2 \\0,4P_1 &= 334 - Q_1 & \text{E} & 0,1P_2 = 111 - Q_2 \\P_1 &= 835 - 2,5Q_1 & P_2 &= 1110 - 10Q_2\end{aligned}$$

SCRIVIAMO LA FUNZIONE PROFITTO

$$\begin{aligned}\Pi &= R - C = Q_1 \cdot P_1 + Q_2 \cdot P_2 - (1000 + 10Q + 0,2Q^2) = \\&= Q_1(835 - 2,5Q_1) + Q_2(1110 - 10Q_2) - 1000 - 10(Q_1 + Q_2) - 0,2(Q_1 + Q_2)^2 = \\&= 835Q_1 - 2,5Q_1^2 + 1110Q_2 - 10Q_2^2 - 1000 - 10Q_1 - 10Q_2 - 0,2(Q_1^2 + 2Q_1Q_2 + Q_2^2) = \\&= 825Q_1 - 2,5Q_1^2 + 1100Q_2 - 10Q_2^2 - 1000 - 0,2Q_1^2 - 0,4Q_1Q_2 - 0,2Q_2^2 =\end{aligned}$$

$$\text{CIOÈ } \Pi = -2,7Q_1^2 - 0,4Q_1Q_2 - 10,2Q_2^2 + 825Q_1 + 1100Q_2 - 1000$$

DETERMINIAMO LE SUE DERIVATE PARZIALI RISPETTO A Q_1 E Q_2

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q_1} = -5,4Q_1 - 0,4Q_2 + 825 \quad \text{E} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial Q_2} = -0,4Q_1 - 20,4Q_2 + 1100$$

LE UGUAGLIAMO A ZERO ED OTTENIAMO IL SISTEMA

$$\begin{cases} -5,4Q_1 - 0,4Q_2 + 825 = 0 \\ -0,4Q_1 - 20,4Q_2 + 1100 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5,4Q_1 + 0,4Q_2 = 825 \\ 0,4Q_1 + 20,4Q_2 = 1100 \end{cases}$$

DAL QUALE RICAVIAMO I VALORI DI Q_1 E Q_2 , CIOÈ

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\begin{cases} q_1 = \frac{825 - 0,4q_2}{5,4} \\ q_1 = \frac{1100 - 20,4q_2}{0,4} \end{cases} \Rightarrow \frac{825 - 0,4q_2}{5,4} = \frac{1100 - 20,4q_2}{0,4}$$

$$\Rightarrow 0,4(825 - 0,4q_2) = 5,4(1100 - 20,4q_2)$$

$$330 - 0,16q_2 = 5940 - 110,16q_2$$

$$110,16q_2 - 0,16q_2 = 5940 - 330$$

$$110q_2 = 5610$$

$$q_2 = 51$$

$$E \quad q_1 = \frac{825 - 0,4 \cdot 51}{5,4} = 149 \quad \text{CIOE } (q_1; q_2) = (149; 51)$$

CALCOLIAMO L'HESSIANO PER Π E VERIFICHIAMO SE TALE COPPIA $(q_1; q_2)$ È UN MASSIMO.

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} = -5,4 \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1 \partial q_2} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2 \partial q_1} = -0,4 \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_2^2} = -20,4$$

$$H = (-5,4)(-20,4) - (-0,4)^2 = 110$$

VISTO CHE $H > 0$ E $\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} < 0$

ALLORA IL PUNTO $(q_1; q_2) = (149; 51)$ È UN MASSIMO PER Π E DI CONSEGUENZA LA COMBINAZIONE PRODUTTIVA CHE MASSIMIZZA IL PROFITTO È $q_1 = 149$ E $q_2 = 51$ CON UN PROFITTO PARI A:

$$\Pi(149; 51) = -2,7(149)^2 - 0,4 \cdot 149 \cdot 51 - 10,2(51)^2 + 825 \cdot 149 + 1100 \cdot 51 - 1000 = 88512,5$$

E VENDENDO IL PRODOTTO AI PREZZI

$$P_1 = 835 - 2,5 \cdot 149 = 462,5 \quad \text{NEL MERCATO INTERNO}$$

$$P_2 = 1110 - 10 \cdot 51 = 600 \quad \text{NEL MERCATO ESTERO}$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

b $P_1 = P_2$ (NON DISCRIMINANDO IL PREZZO)

IN QUESTO CASO LA DOMANDA COMPLESSIVA È

$$Q = q_1 + q_2 = 334 - 0,4P + 111 - 0,1P = 445 - 0,5P$$

DALLA QUALE

$$0,5P = 445 - Q \Rightarrow P = 890 - 2Q$$

MENTRE LA FUNZIONE DEL PROFITTO È

$$\Pi = R - C = PQ - 1000 - 10Q - 0,2Q^2$$

CIOÈ

$$\Pi = Q(890 - 2Q) - 1000 - 10Q - 0,2Q^2 = 890Q - 2Q^2 - 1000 - 10Q - 0,2Q^2$$

$$\Pi = -2,2Q^2 + 880Q - 1000$$

FUNZIONE IN UNA VARIABILE LA CUI DERIVATA PRIMA È

$$\frac{\delta \Pi}{\delta Q} = -4,4Q + 880$$

CHE SI ANNULLA PER

$$-4,4Q + 880 = 0 \Rightarrow Q = \frac{880}{4,4} = 200$$

ED ESSENDO LA DERIVATA SECONDA NEGATIVA, CIOÈ

$$\frac{\delta^2 \Pi}{\delta Q^2} = -4,4$$

ALLORA $\Pi(200) = -2,2(200)^2 + 880(200) - 1000 = 87000$

È IL MASSIMO PROFITTO CHE SI OTTIENE CON UNA QUANTITÀ DI BENE PARI A 200, UN UNICO PREZZO

$$P = 890 - 2Q = 890 - 2 \cdot 200 = 490$$

E LE DIVERSE QUANTITÀ NEI DUE MERCATI PARI A

$$q_1 = 334 - 0,4 \cdot 490 = 138 \quad \text{E} \quad q_2 = 111 - 0,1 \cdot 490 = 62$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

ESEMPI

1 DETERMINARE PER QUALE COMBINAZIONE DI DUE BENI UN'IMPRESA OTTIENE IL MASSIMO PROFITTO VENDENDOLI IN UN MERCATO DI LIBERA CONCORRENZA SAPENDO CHE LA FUNZIONE DEI COSTI È

$$C(q_1, q_2) = 3q_1^2 + q_1q_2 + 2q_2^2$$

E CHE IL PREZZO DEI BENI È $P_1 = €200$ E $P_2 = €150$. DETERMINARE ANCHE IL MASSIMO PROFITTO.

INNAZI TUTTO SCRIVIAMO LA FUNZIONE DEL PROFITTO

$$\begin{aligned} \Pi &= R - C = 200q_1 + 150q_2 - (3q_1^2 + q_1q_2 + 2q_2^2) = \\ &= -3q_1^2 - 2q_2^2 - q_1q_2 + 200q_1 + 150q_2 \end{aligned}$$

CALCOLIAMO LE DUE DERIVATE PARZIALI E ANNULLIAMOLE

$$\Pi'_{q_1} = -6q_1 - q_2 + 200 \quad \text{E} \quad \Pi'_{q_2} = -4q_2 - q_1 + 150$$

$$\begin{cases} -6q_1 - q_2 + 200 = 0 \\ -4q_2 - q_1 + 150 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = -6q_1 + 200 \\ -4(-6q_1 + 200) - q_1 + 150 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_2 = -6q_1 + 200 \\ 24q_1 - q_1 = 800 - 150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = -6q_1 + 200 \\ 23q_1 = 650 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_2 = -6 \frac{650}{23} + 200 \\ q_1 = \frac{650}{23} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_1 = \frac{650}{23} \\ q_2 = \frac{-3900 + 4600}{23} \end{cases} \Rightarrow (q_1, q_2) = \left(\frac{650}{23}, \frac{700}{23} \right)$$

CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI SECONDE E L'HESSIANO

$$\Pi''_{q_1q_1} = -6 \quad \Pi''_{q_1q_2} = \Pi''_{q_2q_1} = -1 \quad \Pi''_{q_2q_2} = -4$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$H = (-6)(-4) - (-1)^2 = 24 - 1 = 23 > 0$$

COSÌ VISTO CHE $H > 0$ E $\Pi''_{q_1 q_1} < 0$ ALLORA LA COMBINAZIONE DEI DUE BENI CHE RENDE UN MASSIMO PROFITTO È

$$q_1 = \frac{650}{23} \approx 28 \quad \text{E} \quad q_2 = \frac{700}{23} \approx 30$$

CON UN MASSIMO PROFITTO PARI A

$$\Pi = -3 \cdot 28^2 - 2 \cdot 30^2 - 28 \cdot 30 + 200 \cdot 28 + 150 \cdot 30 = \text{€} 5108$$

2 STRATEGIE A CONFRONTO -

PER PRODURRE DUE BENI UN'IMPRESA SOSTIENE DEI COSTI RAPPRESENTATI DALLA FUNZIONE

$$C = 2q_1^2 + 2q_1q_2 + q_2^2$$

DETERMINARE IL MASSIMO PROFITTO E CON QUALE COMBINAZIONE PRODUTTIVA LO OTTIENE SE

a OPERA IN CONDIZIONI DI CONCORRENZA PERFETTA CON PREZZI $P_1 = \text{€} 220$ E $P_2 = \text{€} 130$

b OPERA IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO CON LEGGI DELLA DOMANDA $q_1 = 600 - 2P_1 - P_2$ E $q_2 = 750 - P_1 - 3P_2$

a LA FUNZIONE DEL PROFITTO È

$$\Pi = 220q_1 + 130q_2 - 2q_1^2 - 2q_1q_2 - q_2^2$$

LE DERIVATE PARZIALI SONO

$$\Pi'_{q_1} = 220 - 4q_1 - 2q_2 \quad \text{E} \quad \Pi'_{q_2} = 130 - 2q_1 - 2q_2$$

COSÌ

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\begin{cases} 220 - 4q_1 - 2q_2 = 0 \\ 130 - 2q_1 - 2q_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4q_1 + 2q_2 = 220 \\ 2q_1 + 2q_2 = 130 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 55 - \frac{1}{2}q_2 \\ q_1 = 65 - q_2 \end{cases}$$

$$q_1 = q_1 \Rightarrow 55 - \frac{1}{2}q_2 = 65 - q_2 \Rightarrow q_2 - \frac{1}{2}q_2 = 65 - 55$$

$$q_2 = 20 \Rightarrow q_1 = 65 - 20 = 45$$

LE DERIVATE PARZIALI SECONDE SONO

$$\Pi''_{q_1 q_1} = -4 \quad \Pi''_{q_1 q_2} = \Pi''_{q_2 q_1} = -2 \quad \Pi''_{q_2 q_2} = -2$$

MENTRE L'HESSIANO È

$$H = (-4)(-2) - (-2)^2 = 8 - 4 = 4 > 0$$

QUINDI LA COMBINAZIONE CHE DÀ MASSIMO PROFITTO È $q_1 = 45$ E $q_2 = 20$ CON PROFITTO MASSIMO PARI A

$$\Pi = 220 \cdot 45 + 130 \cdot 20 - 2 \cdot 45^2 - 2 \cdot 45 \cdot 20 - 20^2 = \text{€} 6250$$

b RICAVIAMO I PREZZI DALLE DOMANDE

$$\begin{cases} q_1 = 600 - 2p_1 - p_2 \\ q_2 = 750 - p_1 - 3p_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_2 = 600 - 2p_1 - q_1 \\ p_1 = 750 - q_2 - 3p_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_2 = 600 - 2p_1 - q_1 \\ p_1 = 750 - q_2 - 3(600 - 2p_1 - q_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_2 = 600 - 2p_1 - q_1 \\ p_1 - 6p_1 = -1050 - q_2 + 3q_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_2 = 600 - 2(210 - 0,6q_1 + 0,2q_2) - q_1 \\ p_1 = 210 - 0,6q_1 + 0,2q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = 210 - 0,6q_1 + 0,2q_2 \\ p_2 = 180 + 0,2q_1 - 0,4q_2 \end{cases}$$

SCRIVIAMO LA FUNZIONE DEL PROFITTO

$$\Pi = p_1 q_1 + p_2 q_2 - 2q_1^2 - 2q_1 q_2 - q_2^2 =$$

$$\begin{aligned} &= (210 - 0,6q_1 + 0,2q_2)q_1 + (180 + 0,2q_1 - 0,4q_2)q_2 - 2q_1^2 - 2q_1 q_2 - q_2^2 = \\ &= 210q_1 - 0,6q_1^2 + 0,2q_1 q_2 + 180q_2 + 0,2q_1 q_2 - 0,4q_2^2 - 2q_1^2 - 2q_1 q_2 - q_2^2 \end{aligned}$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

$$\Pi = 210q_1 - 2,6q_1^2 - 1,6q_1q_2 + 180q_2 - 1,4q_2^2$$

CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI PRIME

$$\Pi'_{q_1} = 210 - 5,2q_1 - 1,6q_2 \quad \text{E} \quad \Pi'_{q_2} = 180 - 2,8q_2 - 1,6q_1$$

COSTI

$$\begin{cases} 210 - 5,2q_1 - 1,6q_2 = 0 \\ 180 - 1,6q_1 - 2,8q_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{210 - 1,6q_2}{5,2} \\ 1,6\left(\frac{210 - 1,6q_2}{5,2}\right) + 2,8q_2 = 180 \end{cases}$$

$$\frac{336}{5,2} - \frac{2,56}{5,2}q_2 + 2,8q_2 = 180 \Rightarrow \frac{1456q_2 - 2,56q_2}{5,2} = \frac{936 - 336}{5,2}$$

$$12q_2 = 600 \Rightarrow q_2 = 50 \quad \text{E} \quad q_1 = \frac{210 - 1,6 \cdot 50}{5,2} = 25$$

CALCOLIAMO LE DERIVATE PARZIALI SECONDE

$$\Pi''_{q_1q_1} = -5,2 \quad \Pi''_{q_1q_2} = \Pi''_{q_2q_1} = -1,6 \quad \Pi''_{q_2q_2} = -2,8$$

CALCOLIAMO L'HESSIANO

$$H = (-5,2)(-2,8) - (-1,6)^2 = 14,56 - 2,56 = 12 > 0$$

QUINDI LA COMBINAZIONE CHE DÀ MASSIMO PROFITTO È $q_1 = 25$ E $q_2 = 50$ CON PROFITTO MASSIMO PARI A

$$\Pi = 210 \cdot 25 + 180 \cdot 50 - 2,6 \cdot 25^2 - 1,6 \cdot 25 \cdot 50 - 1,4 \cdot 50^2 = \text{€} 7125$$

CON PREZZI

$$P_1 = 210 - 0,6 \cdot 25 + 0,2 \cdot 50 = \text{€} 205 \quad P_2 = 180 + 0,2 \cdot 25 - 0,4 \cdot 50 = \text{€} 165$$

OSSERVAZIONE:

SCEGLIENDO UN MECCANISMO DI MONOPOLIO L'IMPRESA PUÒ OTTENERE UN MAGGIORE PROFITTO DI

$$\text{€} 7125 - \text{€} 6250 = \text{€} 875$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPI)

3 DETERMINARE PER QUALE COMBINAZIONE PRODUTTIVA UN'IMPRESA OTTIENE IL MASSIMO PROFITTO IN LIBERA CONCORRENZA SAPENDO CHE LA FUNZIONE DEI COSTI È

$$C = q_1^2 + 2q_1q_2 + 3q_2^2$$

CON PREZZI PARI A $P_1 = €100$ E $P_2 = €250$

$$\Pi = P_1q_1 + P_2q_2 - q_1^2 - 2q_1q_2 - 3q_2^2 = 100q_1 + 250q_2 - q_1^2 - 2q_1q_2 - 3q_2^2$$

$$\Pi'_{q_1} = 100 - 2q_1 - 2q_2 \quad \text{e} \quad \Pi'_{q_2} = 250 - 2q_1 - 6q_2$$

$$\begin{cases} 100 - 2q_1 - 2q_2 = 0 \\ 250 - 2q_1 - 6q_2 = 0 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + 2q_2 = 100 \\ 2q_1 + 6q_2 = 250 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + 2q_2 = 100 \\ 2q_2 - 6q_2 = 100 - 250 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2q_1 + 2q_2 = 100 \\ -4q_2 = -150 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + 2 \cdot 37,5 = 100 \\ q_2 = 37,5 \end{cases} \begin{cases} q_1 = 12,5 \approx 13 \\ q_2 = 37,5 \approx 38 \end{cases}$$

$$\Pi''_{q_1q_1} = -2 \quad \Pi''_{q_1q_2} = \Pi''_{q_2q_1} = -2 \quad \Pi''_{q_2q_2} = -6$$

$$H = (-2)(-6) - (-2)^2 = 12 - 4 = 8 > 0 \quad \text{e} \quad \Pi''_{q_1q_1} < 0$$

(13, 38) MASSIMO

$$\Pi = 100 \cdot 13 + 250 \cdot 38 - 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot 38 - 3 \cdot 38^2 = €5311 \quad \text{MAX PROFITTO}$$

4 UN'IMPRESA PRODUCE DUE BENI E LI VENDE IN CONDIZIONI DI MONOPOLIO. LA FUNZIONE DEI COSTI È

$$C = q_1^2 + 2q_1q_2 + 3q_2^2 + 500$$

MENTRE LE RELAZIONI DELLE DOMANDE SONO

$$q_1 = 500 - P_1 \quad \text{E} \quad q_2 = 1100 - 2P_2$$

Massimo profitto di impresa (ESEMPIO)

DETERMINARE LE QUANTITÀ DI CIASCUN PRODOTTO CHE MASSIMIZZANO IL PROFITTO CON I RELATIVI PREZZI.

$$q_1 = 500 - p_1 \Rightarrow p_1 = 500 - q_1 \quad q_2 = 1100 - 2p_2 \Rightarrow p_2 = 550 - \frac{1}{2}q_2$$

$$\begin{aligned} \Pi &= (500 - q_1)q_1 + (550 - \frac{1}{2}q_2)q_2 - q_1^2 - 2q_1q_2 - 3q_2^2 - 500 = \\ &= 500q_1 - q_1^2 + 550q_2 - \frac{1}{2}q_2^2 - q_1^2 - 2q_1q_2 - 3q_2^2 - 500 = \\ &= -2q_1^2 - 2q_1q_2 - \frac{7}{2}q_2^2 + 500q_1 + 550q_2 - 500 \end{aligned}$$

$$\Pi'_{q_1} = -4q_1 - 2q_2 + 500 \quad \text{e} \quad \Pi'_{q_2} = -2q_1 - 7q_2 + 550$$

$$\begin{cases} -4q_1 - 2q_2 + 500 = 0 \\ -2q_1 - 7q_2 + 550 = 0 \end{cases} \begin{cases} 4q_1 + 2q_2 = 500 \\ 2q_1 + 7q_2 = 550 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + q_2 = 250 \\ 2q_1 + 7q_2 = 550 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2q_1 + q_2 = 250 \\ 7q_2 - q_2 = 550 - 250 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + q_2 = 250 \\ 6q_2 = 300 \end{cases} \begin{cases} 2q_1 + 50 = 250 \\ q_2 = 50 \end{cases} \begin{cases} q_1 = 100 \\ q_2 = 50 \end{cases}$$

$$\Pi''_{q_1q_1} = -4 \quad \Pi''_{q_1q_2} = \Pi''_{q_2q_1} = -2 \quad \Pi''_{q_2q_2} = -7$$

$$H = (-4)(-7) - (-2)^2 = 28 - 4 = 24 > 0 \quad \Pi''_{q_1q_1} < 0$$

$$(100, 50) \text{ MAX}$$

MASSIMO PROFITTO

$$\Pi = -2(100)^2 - 2 \cdot 100 \cdot 50 - \frac{7}{2}50^2 + 500 \cdot 100 + 550 \cdot 50 - 500 = \text{€} 38.250$$

CON PREZZI DEI BENI PARI A:

$$p_1 = 500 - q_1 = 500 - 100 = \text{€} 400$$

$$p_2 = 550 - \frac{1}{2}q_2 = 550 - 25 = \text{€} 525$$