SCOMPOSIZIONI

RACCOGLIMENTO TOTALE

QUANDO ABBIAMO UN NUMERO QUALSIASI DI TERMINI CHE HANNO IN COMUNE UN VALORE, CHE SIA UNA PARTE LETTERARIA, UN COEFFICIENTE O UN FATTORE COMUNE DEI COEFFICIENTI, SI MOLTIPLICA E SI DIVIDE TUTTO PER QUESTO VALORE:

ESEMPI:

1) $2xy + 2xz = \frac{2x}{2x}(2xy + 2xz) =$

$= 2x\left(\frac{\cancel{2x}y}{\cancel{2x}} + \frac{\cancel{2x}z}{\cancel{2x}}\right) = 2x(y+z)$

2) $3x^3 + 3x^2 + 3x = \frac{3x}{3x}(3x^3 + 3x^2 + 3x) =$

$= 3x\left(\frac{\cancel{3x}^{\,3}}{\cancel{3x}} + \frac{\cancel{3x}^{\,2}}{\cancel{3x}} + \frac{\cancel{3x}}{\cancel{3x}}\right) =$

$= 3x(x^2 + x + 1)$

3) $6a^3x^3 + 9ax^2 + 12a^2x^2 =$

$= \frac{3ax^2}{3ax^2}\cdot(6a^3x^3 + 9ax^2 + 12a^2x^2) =$

$= 3ax^2\left(\frac{\cancel{6}^{\,2}\cancel{a^3}^{\,2}\cancel{x^3}^{\,2}}{\cancel{3ax^2}} + \frac{\cancel{9}^{\,3}\cancel{ax^2}}{\cancel{3ax^2}} + \frac{\cancel{12}^{\,4}\cancel{a^2}^{\,1}\cancel{x^2}^{\,1}}{\cancel{3ax^2}}\right) =$

$= 3ax^2(2a^2x^2 + 3 + 4a)$

4) $15x^3 + 10x^2 + 5x =$

$= \frac{5x}{5x}\cdot(15x^3 + 10x^2 + 5x) =$

$= 5x\cdot\left(\frac{\cancel{15}^{\,3}\cancel{x^3}^{\,2}}{\cancel{5x}} + \frac{\cancel{10}^{\,2}\cancel{x^2}^{\,1}}{\cancel{5x}} + \frac{\cancel{5x}}{\cancel{5x}}\right) =$

$= 5x\cdot(3x^2 + 2x + 1)$

RACCOGLIMENTO PARZIALE

QUANDO ABBIAMO UN NUMERO PARI DI TERMINI E SOLO ALCUNI DI ESSI HANNO UN VALORE IN COMUNE

ESEMPI:

1) $3ax + 3bx + 5ay + 5by =$

$= 3x(a+b) + 5y(a+b) =$

$= (a+b)(3x+5y)$

2) $xy - y - x + 1 =$

COMINCIANDO A RACCOGLIERE LA Y PER I PRIMI 2 TERMINI

$= y(x-1) - x + 1 =$

RACCOGLIENDO -1 PER IL TERZO E QUARTO TERMINE

$= y(x-1) - (x-1) =$

OTTENGO

$= (x-1)(y-1)$

NOTA BENE:

LO STESSO RISULTATO SI OTTIENE COMINCIANDO A RACCOGLIERE PRIMA LA X, CIOÈ:

$= x(y-1) - y + 1 =$

$= x(y-1) - (y-1) =$

$= (y-1)(x-1)$

SFRUTTANDO POI I PRODOTTI NOTEVOLI SI POSSONO ANCHE FARE LE SCOMPOSIZIONI SEGUENTI:

DIFFERENZA DI 2 QUADRATI

QUANDO È PRESENTE LA DIFFERENZA DI 2 TERMINI AL QUADRATO,

ESEMPIO: 1

$$a^2 - b^2 + a - b =$$
$$= (a-b)(a+b) + (a-b) =$$
$$= (a-b)(a+b+1)$$

ESEMPIO 2

$$9x^2 - 4y^2 + 3x - 2y$$

$a = 3x \quad b = 2y$ CIOÈ

$$(3x)^2 - (2y)^2 + 3x - 2y =$$
$$= (3x-2y)(3x+2y) + (3x-2y) =$$
$$= (3x-2y)(3x+2y+1)$$

NOTA BENE:

QUANDO INVECE È PRESENTE LA SOMMA DI 2 TERMINI AL QUADRATO

$$a^2 + b^2$$

IN GENERALE QUESTA NON È SCOMPONIBILE.
SE PERÒ I QUADRATI DEI TERMINI SONO TALI CHE IL LORO DOPPIO PRODOTTO RISULTA ANCORA UN QUADRATO, MEDIANTE IL METODO DEL COMPLETAMENTO DEL QUADRATO, TALE SOMMA SI PUÒ SCOMPORRE.

ESEMPIO:

SUPPONIAMO DI AVERE LA SEGUENTE SOMMA:

$$a^4 + 4b^4$$

LA POSSIAMO SCRIVERE COME SOMMA DI QUADRATI:

$$(a^2)^2 + (2b^2)^2$$

E IL LORO DOPPIO PRODOTTO SARÀ

$$4a^2b^2$$

CHE È ANCORA UN QUADRATO, CIOÈ

$$(2ab)^2$$

A QUESTO PUNTO ALLA SOMMA INIZIALE AGGIUNGIAMO E TOGLIAMO TALE DOPPIO PRODOTTO:

$$a^4+4b^4+4a^2b^2-4a^2b^2$$

I PRIMI TRE TERMINI SONO IL QUADRATO DI

$$(a^2+2b^2)^2$$

COSÍ SI OTTIENE:

$$(a^2+2b^2)^2-4a^2b^2$$

E SCRIVENDO L'ULTIMO TERMINE SOTTO FORMA DI QUADRATO:

$$(a^2+2b^2)^2-(2ab)^2$$

OTTENGO LA DIFFERENZA TRA 2 QUADRATI, QUINDI:

$$(a^2+2b^2-2ab)(a^2+2b^2+2ab)$$

CIOÈ QUINDI:

$$a^4+4b^4=(a^2-2ab+2b^2)(a^2+2ab+2b^2)$$

ALTRI ESEMPI

1) $25x^2-9=(5x-3)(5x+3)$

2) $(5a-2)^2-4a^2=[(5a-2)-2a][(5a-2)+2a]=$

$=[5a-2-2a][5a-2+2a]=$

$=(3a-2)(7a-2)$

3) $\frac{25}{3}x^2-3y^2=\frac{1}{3}\left(\frac{\frac{25}{3}}{\frac{1}{3}}x^2-\frac{3}{\frac{1}{3}}y^2\right)=\frac{1}{3}(25x^2-9y^2)$

$=\frac{1}{3}(5x-3y)(5x+3y)$

2

DIFFERENZA DI 2 CUBI

QUANDO È PRESENTE LA DIFFERENZA DI 2 TERMINI AL CUBO, CIOÈ:

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

ESEMPIO:

$$8x^3 - y^3 = (2x)^3 - (y)^3 =$$
$$= (2x - y)(4x^2 - 2xy + y^2) =$$

SOMMA DI 2 CUBI

QUANDO È PRESENTE LA SOMMA DI 2 TERMINI AL CUBO, CIOÈ:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

ESEMPIO:

$$27x^3 + 8y^3 = (3x)^3 + (2y)^3 =$$
$$= (3x + 2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2)$$

QUADRATO DI BINOMIO (SOMMA ALGEBRICA DI 2 TERMINI)

QUANDO SONO PRESENTI 3 TERMINI NEI QUALI 2 SONO QUADRATI DI TERMINI E IL TERZO È IL DOPPIO PRODOTTO DI TALI TERMINI, CIOÈ:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

ESEMPIO:

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

SCOMPOSIZIONI

TRINOMIO NOTEVOLE CON $a=1$ (SOMMA ALGEBRICA DI 3 TERMINI)

QUANDO CI SONO 2 NUMERI m ED n TALI CHE:

$$S = m+n$$
$$P = m \cdot n$$

ALLORA

$$x^2+Sx+P=(x+m)(x+n)$$

ESEMPIO:

$$x^2-7x+12=(x-4)(x-3)$$

PERCHÈ:

$$S=-4-3=-7 \quad \text{E} \quad P=-4(-3)=+12$$

TRINOMIO NOTEVOLE CON $a \neq 1$ (SOMMA ALGEBRICA DI 3 TERMINI)

QUANDO CI SONO 2 NUMERI m ED n TALI CHE

$$S = m+n$$
$$a \cdot P = m \cdot n \Rightarrow P = \frac{m \cdot n}{a}$$

ALLORA

$$ax^2+Sx+P=ax^2+mx+nx+\frac{m \cdot n}{a}$$

ESEMPIO:

$$2x^2+4x-6$$

$$S=m+n=+6-2=+4$$
$$P=\frac{m \cdot n}{a}=\frac{+6(-2)}{2}=-6$$

$$\Rightarrow \underbrace{2x^2+6x}_{\text{RACCOLGO 2X}}\underbrace{-2x-6}_{\text{RACCOLGO -2}}=2x(x+3)-2(x+3)=(x+3)(2x-2)$$

CUBO DI BINOMIO

QUANDO ABBIAMO UNA ESPRESSIONE COSTITUITA DA 4 TERMINI TUTTI DELLO STESSO GRADO, ORDINATI SECONDO LE POTENZE DECRESCENTI DI UN TERMINE CHE CHIAMIAMO "a" E SECONDO LE POTENZE CRESCENTI DI UN'ALTRO TERMINE "b", CIOÈ:

$$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$$

NOTA BENE:

I COEFFICIENTI DELL'ESPRESSIONE SONO RICAVABILI DALLA 4ª RIGA DEL TRIANGOLO DI TARTAGLIA.

ESEMPI:

1) $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8 = (3x+2)^3$

SCOMPONIAMO I COEFFICIENTI

27	3	54	2	36	2	8	2
9	3	27	3	18	2	4	2
3	3	9	3	9	3	2	2
1		3	3	3	3	1	
		1		1			

QUINDI:

$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$

$54 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 3 \cdot 3^2 \cdot 2$

$36 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 3 \cdot 2^2$

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

$$\Rightarrow 3^3x^3 + 3 \cdot 3^2x^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 + 2^3 =$$

CIOÈ: $= (\underbrace{3x}_{a})^3 + 3\cdot(\underbrace{3x}_{a})^2\cdot\underset{b}{2} + 3\cdot(\underbrace{3x}_{a})\cdot(\underset{b}{2})^2 + (\underset{b}{2})^3 =$

$= a^3 + 3a^2\cdot b + 3\,a\cdot b^2 + b^3 =$

COSÌ:

$$= \boxed{(a+b)^3 = (3x+2)^3}$$

2) $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 = (2x-3)^3$

SCOMPONIAMO I COEFFICIENTI

$8 = 2^3$

$36 = 3\cdot 2^2\cdot 3$

$54 = 3\cdot 2\cdot 3^2$

$27 = 3^3$

COSÌ:

$= 2^3x^3 - 3\cdot 2^2x^2\cdot 3 + 3\cdot 2x\cdot 3^2 - 3^3 =$

$= (2x)^3 - 3\cdot(2x)^2\cdot 3 + 3(2x)\,3^2 - 3^3 = \boxed{(2x-3)^3}$

3) $x^6 - 6x^4y + 12x^2y^2 - 8y^3 =$

$= (x^2)^3 - 3(x^2)^2\cdot(2\cdot y) + 3(x^2)(2y)^2 - (2y)^3 =$

$= \boxed{(x^2-2y)^3}$

4) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 =$

$= (x)^3 + 3(x)^2\cdot 1 + 3\cdot(x)\cdot(1)^2 + (1)^3 =$

$= \boxed{(x+1)^3}$

QUADRATO DI UN TRINOMIO

(3)

QUANDO SONO PRESENTI 6 TERMINI, IN CUI 3 SONO QUADRATI DI ALTRI 3 TERMINI MENTRE GLI ALTRI 3 SONO I DOPPI PRODOTTI TRA QUESTI 3 TERMINI, CIOÈ:

$$\boxed{a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=(a+b+c)^2}$$

ESEMPIO:

1) $9x^2+4y^2+z^2+12xy+6xz+4yz=$

$$=(3x)^2+(2y)^2+(z)^2+2(3x)(2y)+2(3x)(z)+2(2y)(z)=$$

$$=\boxed{(3x+2y+z)^2}$$

2) $25x^2+16y^2+40xy+10x+8y+1$

ORDINIAMO IL POLINOMIO

$$25x^2+16y^2+1+40xy+10x+8y=$$

COSÌ:

$$=(5x)^2+(4y)^2+(1)^2+2(5x)(4y)+2(5x)\cdot(1)+2(4y)(1)=$$

$$=\boxed{(5x+4y+1)^2}$$

CUBO DI UN TRINOMIO

QUANDO SONO PRESENTI 10 TERMINI

$$a^3+b^3+c^3+3a^2b+3ab^2+3a^2c+3ac^2+3b^2c+3bc^2+6abc=$$

$$=\boxed{(a+b+c)^3}$$

ESEMPIO:

$$\boxed{8x^3+8y^3+1+36x^2y+54xy^2+12x^2+6x+27y^2+8y+36xy}=$$

$$=(2x)^3+(3y)^3+(1)^3+3\cdot(2x)^2(3y)+3(2x)(3y)^2+3(2x)^2\cdot(1)+3(2x)\cdot(1)^2+3(3y)^2\cdot(1)+$$

$$+3(3y)(1)^2+6(2x)(3y)(1)=\boxed{(2x+3y+1)^3}$$