SISTEMI EQ. 1° GRADO FRATTE

COME VISTO IN PRECENZA UNA EQUAZIONE DI QUALSIASI GRADO SI DICE FRATTA (O FRAZIONARIA) QUANDO IN ESSA L'INCOGNITA COMPARE AL DENOMINATORE DI QUALCHE FRAZIONE.

QUINDI UN SISTEMA DI EQUAZIONI DI PRIMO GRADO FRATTE NON È ALTRO CHE UN SISTEMA NEL QUALE NELLE EQUAZIONI DI PRIMO GRADO CHE LO COMPONGONO, L'INCOGNITA COMPARE AL DENOMINATORE DI QUALCHE FRAZIONE.

COME ABBIAMO VISTO, TRATTANDOSI DI SISTEMA, ALLORA SARÀ:

A) DETERMINATO:

QUANDO AMMETTE UNA SOLA SOLUZIONE (UNA SOLUZIONE COMUNE A TUTTE LE EQUAZIONI)

B) INDETERMINATO:

QUANDO AMMETTE INFINITE SOLUZIONI (INFINITE SOLUZIONI COMUNI A TUTTE LE EQUAZIONI)

C) IMPOSSIBILE:

QUANDO NON AMMETTE NESSUNA SOLUZIONE (NESSUNA SOLUZIONE COMUNE A TUTTE LE EQUAZIONI)

PER LA SUA RISOLUZIONE BISOGNA SEMPLICEMENTE RICORRERE ALLA RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI PRIMO GRADO FRAZIONARIE.

VEDIAMO ALCUNI ESEMPI:

1 $$\begin{cases} \frac{9}{x} + \frac{2}{y} = 4 \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{3}{x} \end{cases}$$

C.E. $x \neq 0 \ \checkmark \ y \neq 0$

$$\begin{cases} \cancel{xy}\left(\frac{9}{\cancel{x}}+\frac{2}{\cancel{y}}\right)=4xy \\ \frac{6}{y}=2+\frac{3}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9y+2x=4xy \\ \frac{6}{y}=2+\frac{3}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy-2x=9y \\ \frac{6}{y}=2+\frac{3}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(4y-2)=9y \\ \frac{6}{y}=2+\frac{3}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ \frac{6}{y}=2+\frac{3}{x} \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ \frac{6}{y}=2+\frac{3}{\frac{9y}{4y-2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ \frac{6}{y}=2+\cancel{3}^{1}\cdot\frac{4y-2}{\cancel{9}^{3}y} \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ \frac{6}{y}=2+\frac{4y-2}{3y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ 3\cancel{y}\left(\frac{6}{\cancel{y}}\right)=\cancel{3y}\left(2+\frac{4y-2}{\cancel{3y}}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ 18=6y+4y-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ 18+2=6y+4y \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ 10y=20 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\frac{9y}{4y-2} \\ \frac{\cancel{10}y}{\cancel{10}}=\frac{\cancel{20}^{2}}{\cancel{10}_{1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{9\cdot 2}{4\cdot 2-2} \\ y=2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\frac{\cancel{18}^{3}}{\cancel{6}_{1}} \\ y=2 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{matrix} x=3 \\ y=2 \end{matrix}}$$

2

$$\begin{cases} \frac{4}{x}+\frac{5}{y}=2 \\ \frac{10}{y}-\frac{4}{x}=1 \end{cases}$$

C.E. $x\neq 0 \ \checkmark \ y\neq 0$

$$xy\cdot\left(\frac{4}{x}+\frac{5}{y}\right)=xy\cdot 2 \Rightarrow 4y+5x=2xy$$

$$2xy-5x=4y \Rightarrow x(2y-5)=4y$$

$$x=\frac{4y}{2y-5}$$

QUINDI

$$\frac{10}{y}-\frac{4}{\frac{4y}{2y-5}}=1 \Rightarrow \frac{10}{y}-\cancel{4}\cdot\frac{2y-5}{\cancel{4}y}=1$$

$$\frac{10}{y}-\frac{2y-5}{y}=1 \Rightarrow \cancel{y}\left(\frac{10}{\cancel{y}}-\frac{2y-5}{\cancel{y}}\right)=1\cdot y$$

$$10-2y+5=y \Rightarrow 10+5=y+2y$$

$$3y=15 \Rightarrow \frac{\cancel{3}y}{\cancel{3}}=\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{3}_{1}} \Rightarrow y=5$$

Così

$$\begin{cases} x=\frac{4y}{2y-5} \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{4\cdot 5}{2\cdot 5-5} \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{\cancel{20}^{4}}{\cancel{5}_{1}} \\ y=5 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x=4 \\ y=5 \end{matrix}}$$

3

$$\begin{cases} -\frac{x+4}{y+4}=2 \\ \frac{y+5}{x+3}=-1 \end{cases}$$

C.E. $y+4\neq 0 \quad y\neq -4$

$x+3\neq 0 \quad x\neq -3$

$$\begin{cases} -\dfrac{x+4}{y+4}=2 \\ \dfrac{y+5}{x+3}=-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \cancel{(y+4)}\left(-\dfrac{x+4}{\cancel{y+4}}\right)=2\cdot(y+4) \\ \cancel{(x+3)}\left(\dfrac{y+5}{\cancel{x+3}}\right)=-1\cdot(x+3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x-4=2y+8 \\ y+5=-x-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+4=-2y-8 \\ x+3=-y-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2y-8-4 \\ x=-y-5-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=-2y-12 \\ x=-y-8 \end{cases}$$

$$x=x \Rightarrow -2y-12=-y-8$$

$$2y+12=y+8$$

$$2y-y=8-12$$

$$\boxed{y=-4}$$

SOLUZIONE NON ACCETTABILE PERCHÉ LE C.E. CI IMPONGONO CHE $y\neq-4$

QUINDI

SISTEMA IMPOSSIBILE

4

$$\begin{cases} \dfrac{y+1}{x-3}=2 \\ x-3=\dfrac{y+1}{2} \end{cases}$$

C.E. $x-3\neq0$ $\quad x\neq3$

$$\cancel{(x-3)}\frac{y+1}{\cancel{x-3}}=2(x-3) \Rightarrow y+1=2x-6$$

$$y=2x-6-1 \Rightarrow y=2x-7$$

$$x-3=\frac{2x-7+1}{2} \Rightarrow 2(x-3)=\cancel{2}\cdot\frac{2x-6}{\cancel{2}}$$

$$2x-6=2x-6 \Rightarrow \cancel{2x}-\cancel{2x}=\cancel{6}-\cancel{6} \Rightarrow \boxed{0=0}$$

IDENTITÀ SEMPRE VERA INDIPENDENTEMENTE DAL VALORE DI X, QUINDI QUALSIASI VALORE DI $x \neq 3$ (PER LE C.E.) E DI CONSEGUENZA QUALSIASI VALORE DI y, SONO ACCETTABILI, FORMANDO COSÌ INFINITE SOLUZIONI.

QUINDI

SISTEMA INDETERMINATO

5

$$\begin{cases} 10-\dfrac{13}{4x}+\dfrac{3}{y}=0 \\ \dfrac{3}{2y}+9=\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2x} \end{cases}$$

C.E. $\begin{matrix} 4x\neq 0 \\ 2x\neq 0 \end{matrix} \Rightarrow x\neq 0$

$\begin{matrix} y\neq 0 \\ 2y\neq 0 \end{matrix} \Rightarrow y\neq 0$

$$\begin{cases} \dfrac{3}{y}=\dfrac{13}{4x}-10 \\ \dfrac{3+18y}{2y}=\dfrac{x+5}{2x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{y}=\dfrac{13-40x}{4x} \\ \cancel{2x}\cancel{y}\cdot\dfrac{3+18y}{\cancel{2y}}=\cancel{2x}y\cdot\dfrac{x+5}{\cancel{2x}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x\cancel{y}\cdot\dfrac{3}{\cancel{y}}=\cancel{4x}y\cdot\dfrac{13-40x}{\cancel{4x}} \\ 3x+18xy=xy+5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x=13y-40xy \\ 3x+18xy-xy=5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x+40xy=13y \\ 3x+17xy=5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(12+40y)=13y \\ x(3+17y)=5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\dfrac{13y}{12+40y} \\ x=\dfrac{5y}{3+17y} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{13y}{12+40y}=\dfrac{5y}{3+17y}$$

IL m.c.m. È $(12+40y)\cdot(3+17y)$

COSÌ

$$\cancel{(12+40y)}(3+17y)\frac{13y}{\cancel{12+40y}}=(12+40y)\cancel{(3+17y)}\frac{5y}{\cancel{3+17y}}$$

$$13y(3+17y)=5y(12+40y)$$

$$39y+221y^2=60y+200y^2$$

$$221y^2-200y^2+39y-60y=0$$

$$\cancel{21}y^2-\cancel{21}y=0$$

$$y^2-y=0$$

$$y(y-1)=0 \begin{cases} y=0 & \text{NON ACCETTABILE PER LE C.E.} \\ y=1 & \text{ACCETTABILE} \end{cases}$$

QUINDI

$$x=\frac{13y}{12+40y}=\frac{13\cdot 1}{12+40\cdot 1}=\frac{\cancel{13}^{1}}{\cancel{52}_{4}}=\frac{1}{4}\Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{4}}$$

6

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{6-4y}-\dfrac{1-2y}{2y-3}=\dfrac{y-x}{12-8y} \\ y-x=\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

C.E.

$$6-4y\neq 0 \Rightarrow 4y\neq 6 \Rightarrow y\neq \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{4}_{2}} \Rightarrow y\neq \frac{3}{2}$$

$$2y-3\neq 0 \Rightarrow 2y\neq 3 \Rightarrow y\neq \frac{3}{2}$$

$$12-8y\neq 0 \Rightarrow 8y\neq 12 \Rightarrow y\neq \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{8}_{2}} \Rightarrow y\neq \frac{3}{2}$$

VISTO CHE NELLA 2ª EQUAZIONE SI PUÒ ESPLICITARE IMMEDIATAMENTE LA y, PROCEDIAMO PER SOSTITUZIONE

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{6-4\left(\frac{4}{3}+x\right)} - \dfrac{1-2\left(\frac{4}{3}+x\right)}{2\left(\frac{4}{3}+x\right)-3} = \dfrac{\left(\frac{4}{3}+\cancel{x}\right)-\cancel{x}}{12-8\left(\frac{4}{3}+x\right)} \\ y = \dfrac{4}{3}+x \end{cases}$$

COSÌ

$$\frac{x+1}{6-\frac{16}{3}-4x} - \frac{1-\frac{8}{3}-2x}{\frac{8}{3}+2x-3} = \frac{\frac{4}{3}}{12-\frac{32}{3}-8x}$$

$$\frac{x+1}{\frac{18-16-12x}{3}} - \frac{\frac{3-8-6x}{3}}{\frac{8+6x-9}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{36-32-24x}{3}}$$

$$\frac{x+1}{\frac{2-12x}{3}} - \frac{\frac{-5-6x}{3}}{\frac{6x-1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4-24x}{3}}$$

$$(x+1)\cdot\frac{3}{2-12x} + \frac{5+6x}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{6x-1} = \frac{4}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{4-24x}$$

$$\frac{3x+3}{2-12x} + \frac{5+6x}{6x-1} = \frac{4}{4-24x} \Rightarrow \frac{3x+3}{2(1-6x)} + \frac{5+6x}{-(1-6x)} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}(1-6x)}$$

IL m.c.m. È $2(1-6x)$, QUINDI

$$\cancel{2(1-6x)}\cdot\left[\frac{3x+3}{\cancel{2}(\cancel{1-6x})} - \frac{5+6x}{\cancel{(1-6x)}}\right] = \cancel{2(1-6x)}\cdot\frac{1}{\cancel{1-6x}}$$

$$3x+3-2(+5+6x)=2 \Rightarrow 3x-12x=2-3+10 \Rightarrow -9x=+9$$

$$x=\frac{\cancel{+9}}{\cancel{-9}}=-1 \qquad y=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=-1 \\ y=\frac{1}{3} \end{array}}$$