

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

SONO QUELLE DISEQUAZIONI CHE COINVOLGONO LE CLASSICHE OPERAZIONI TRA POLINOMI O TRA FRAZIONI ALGEBRICHE NELLE QUALI L'INCOGNITA È PRESENTE ALL'INTERNO DI ALMENO UN MODULO.

SI RISOLVONO SCOMPONENDOLE NELL'UNIONE DI PIÙ SISTEMI DI DISEQUAZIONI ELIMINANDO I MODULI PONENDO ESPPLICITAMENTE I SEGNI DEI RISPETTIVI ARGOMENTI SEMPRE IN BASE ALLA DEFINIZIONE DI MODULO.

ANCHE PER ESSE (COME PER LE EQUAZIONI CON MODULO) SI POSSONO DISTINGUERE DIVERSI CASI PER I QUALI SI CONSIDERANO **DIVERSE FORME NORMALI** DALLE QUALI PARTIRE PER PROCEDERE ALLA LORO RISOLUZIONE.

A DISEQUAZIONE CON UN VALORE ASSOLUTO ED UN TERMINE NOTO COSTANTE

$$|A(x)| \geq c$$

DOVE $A(x)$ È UN QUALSIASI POLINOMIO MENTRE $c \in \mathbb{R}$ È UNA COSTANTE (UN NUMERO).

QUESTO TIPO È DETTO **DISEQUAZIONE ELEMENTARE CON UN VALORE ASSOLUTO**.

NEL CASO IN CUI L'ESPRESSIONE DI $A(x)$ LO RICHIEDA (SE AD ESEMPIO IN ESSA È PRESENTE UNA FRAZIONE ALGEBRICA...) BISOGNA INNANZI TUTTO DETERMINARE **LE CONDIZIONI DI ESISTENZA** DA IMPORRE POI ALLE EVENTUALI SOLUZIONI.

VISTO CHE $|A(x)|$ PER LA DEFINIZIONE DI MODULO

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

È UNA QUANTITÀ POSITIVA E AL PIÙ UGUALE A ZERO
SE $A(x)=0$, ALLORA A SECONDA DEL SEGNO DELLA
COSTANTE C POSSIAMO DEFINIRE DIVERSE
CASISTICHE DOVE IN ALCUNE LA DISEQUAZIONE
DIVENTA **BANALE**.

VERSO DISEQUAZIONE	C	SOLUZIONI
$\geq$	$C > 0$	DA DETERMINARE
	$C = 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
	$C < 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
$>$	$C > 0$	DA DETERMINARE
	$C = 0$	$\forall x \in \mathbb{R} - \{x : A(x) = 0\}$
	$C < 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
$\leq$	$C > 0$	DA DETERMINARE
	$C = 0$	$\forall x : A(x) = 0$
	$C < 0$	NESSUNA SOLUZIONE
$<$	$C > 0$	DA DETERMINARE
	$C = 0$	NESSUNA SOLUZIONE
	$C < 0$	NESSUNA SOLUZIONE

COME POSSIAMO VEDERE L'UNICO CASO IN CUI SI
PUÒ PROCEDERE ALLA DETERMINAZIONE DELLE
SOLUZIONI È QUELLO IN CUI $C > 0$, NEGLI ALTRI
LA DISEQUAZIONE È **BANALMENTE RISOLTA**
OPPURE SI OTTIENE UNA EQUAZIONE.

QUANDO $C > 0$ POSSIAMO ELIMINARE IL
VALORE ASSOLUTO MEDIANTE LA SUA DEFINIZIONE,
PONENDO ESPPLICITAMENTE IL SEGNO DEL SUO
ARGOMENTO, OTTENENDO COSÌ INDIPENDENTEMENTE DAL

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

VERSO DELLA DISEQUAZIONE L'UNIONE DEI SISTEMI SEGUENTI

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) \geq c \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) \geq c \end{cases}$$

A QUESTO PUNTO POSSIAMO GENERALIZZARE ANCORA DI PIÙ LE SOLUZIONI DISTINGUENDO I 2 DIVERSI CASI:

I VERSO DISEQUAZIONE MINORE $<$
(VALE ANALOGAMENTE PER MINORE-UGUALE $\leq$)

CIO È

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) < c \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) < c \end{cases}$$

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) < c \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ A(x) > -c \end{cases}$$

VISTO CHE L'IPOTESI DI PARTENZA È $c > 0$ ALLORA
 $-c < 0$

COSÌ I 2 SISTEMI POSSONO ESSERE SCRITTI

COME

$$-c < A(x) < c \cup 0 \leq A(x) < c$$

QUINDI

$$-c < A(x) < c$$

CHE COME SISTEMA SARÀ

$$\begin{cases} A(x) > -c \\ A(x) < c \end{cases}$$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

II VERSO DISEQUAZIONE MAGGIORE >
(VALE ANALOGAMENTE PER MAGGIORE-UGUALE $\geq$)

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) > C \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) > C \end{cases}$$

CIO È

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) > C \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ A(x) < -C \end{cases}$$

CHE ESSENDO $C > 0$ E $-C < 0$, EQUIVALE A

$$A(x) > C \cup A(x) < -C$$

QUINDI

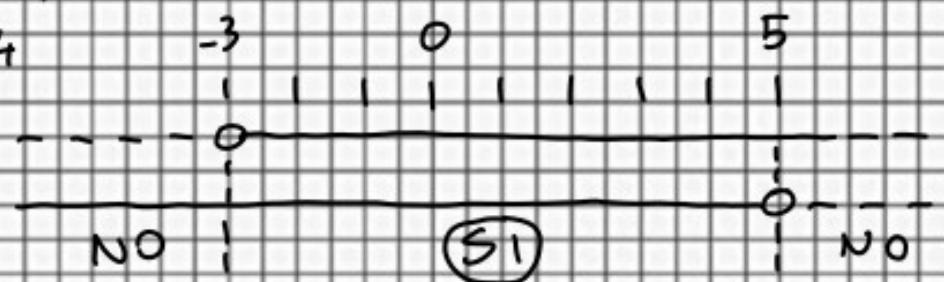
$$A(x) < -C \cup A(x) > C$$

ESEMPI

1 $|x-1| < 4$

$$\begin{cases} x-1 > -4 \\ x-1 < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -3 \\ x < 5 \end{cases}$$



$$-3 < x < 5$$

2 $|3x+2| \geq 1$

$$\begin{aligned} 3x+2 &\leq -1 \cup 3x+2 \geq 1 \\ 3x &\leq -3 \cup 3x \geq -1 \Rightarrow x \leq -1 \cup x \geq -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

B DISEQUAZIONE CON UN VALORE ASSOLUTO ED UN TERMINE NOTO VARIABILE

$$|A(x)| \geq B(x)$$

DOVE $A(x)$ E $B(x)$ SONO 2 POLINOMI QUALSIASI.
QUESTO TIPO È DETTO DISEQUAZIONE NON ELEMENTARE CON UN VALORE ASSOLUTO.

PER PRIMA COSA BISOGNA DETERMINARE LE CONDIZIONI DI ESISTENZA QUALORA LE ESPRESSIONI DI $A(x)$ E $B(x)$ LO RICHIEDANO.

DOPO DI CHE SI PROCEDE PER PASSI:

1- SI STUDIA IL SEGNO DELL'ARGOMENTO DEL MODULO
PONENDO

$$A(x) \geq 0$$

2- SI RIPORTANO LE SOLUZIONI OTTENUTE SU UN GRAFICO INDIVIDUANDO GLI INTERVALLI NEI QUALI $A(x)$ È POSITIVO + O NEGATIVO -

3- PER CIASCUN INTERVALLO SI SCRIVE UN SISTEMA DI 2 DISEQUAZIONI,

- LA PRIMA È LA CONDIZIONE DEL SEGNO DI $A(x)$
- LA SECONDA È LA DISEQUAZIONE DI PARTENZA NELLA QUALE ELIMINIAMO IL VALORE ASSOLUTO PONENDO ESPLICITAMENTE IL SEGNO AL SUO ARGOMENTO -

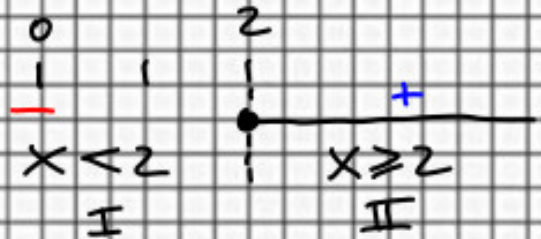
4- SI RISOLVONO TUTTI I SISTEMI E SI PRENDONO COME SOLUZIONI DELLA DISEQUAZIONE INIZIALE L'UNIONE DELLE SOLUZIONI DI TUTTI I SISTEMI.

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

ESEMPIO

$$|x-2| < 4x$$

$$x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$

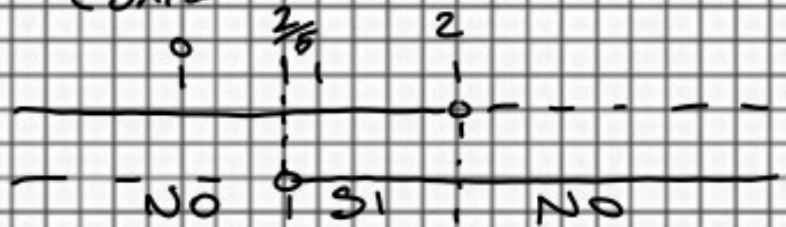


I $x < 2$

$$\begin{cases} x-2 < 0 \\ -(x-2) < 4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ 5x > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{2}{5} \end{cases}$$



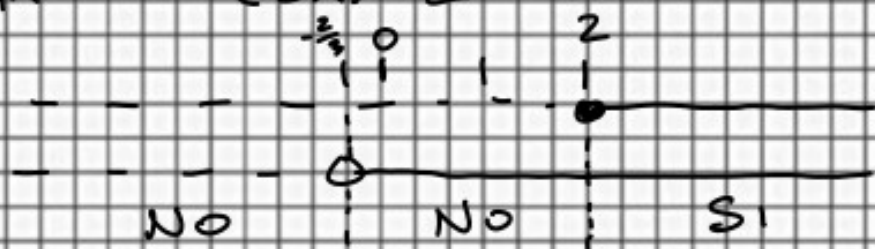
$$\frac{2}{5} < x < 2$$

II $x \geq 2$

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ +(x-2) < 4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 3x > -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases}$$



$$x \geq 2$$

QUINDI UNENDO LE SOLUZIONI SI OTTIENE

$$\frac{2}{5} < x < 2 \cup x \geq 2$$

CIOÈ

$$x > \frac{2}{5}$$

CHÈ LA SOLUZIONE DELLA DISEQUAZIONE.

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

C

DISEQUAZIONI CON 2 O PIÙ VALORI ASSOLUTI

$$|A(x)| \geq |B(x)|$$

IN QUESTO CASO SI PROCEDE COME QUELLO PRECEDENTE -

UNA VOLTA DETERMINATE LE EVENTUALI CONDIZIONI DI ESISTENZA:

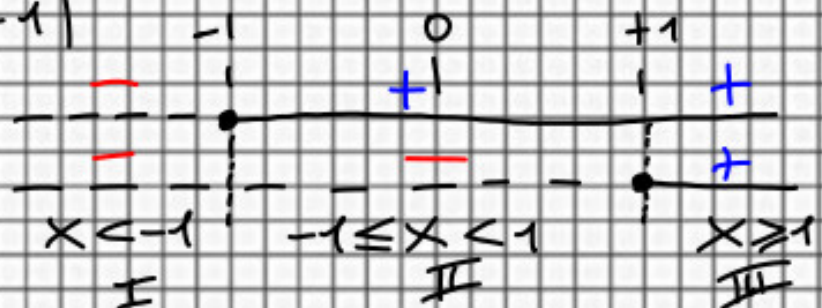
- 1- SI STUDIANO I SEGNI DEGLI ARGOMENTI DI OGNI MODULO -
- 2- SI DISEGNA IL GRAFICO DEGLI INTERVALLI IN CUI GLI ARGOMENTI DEI VALORI ASSOLUTI SONO POSITIVI + O NEGATIVI -
- 3- PER CIASCUN INTERVALLO SI IMPOSTA UN SISTEMA CON LA CONDIZIONE SUL SEGNO DEGLI ARGOMENTI E LA DISEQUAZIONE INIZIALE RISCRIITA ELIMINANDO I VALORI ASSOLUTI, PONEENDO ESPLICITAMENTE IL SEGNO DI CIASCUN ARGOMENTO -
- 4- SI RISOLVONO TUTTI I SISTEMI E SI PRENDONO COME SOLUZIONI L'UNIONE DELLE SOLUZIONI DI TUTTI I SISTEMI -

ESEMPIO

$$|x+1| > |x-1|$$

$$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$



DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

I $x < -1$

$$\begin{cases} x < -1 \\ -(x+1) > -(x-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ \cancel{-x-1} > \cancel{-x+1} \end{cases}$$

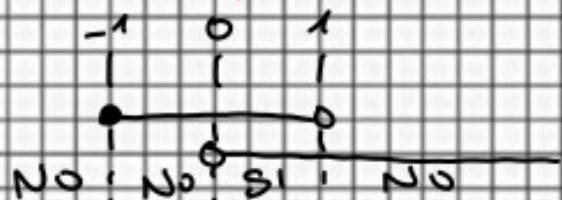
$$\begin{cases} x < -1 \\ 2 < 0 \end{cases}$$

NESSUNA SOLUZIONE

II $-1 \leq x < 1$

$$\begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ +(x+1) > -(x-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ \cancel{x+1} > \cancel{-x+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ 2x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

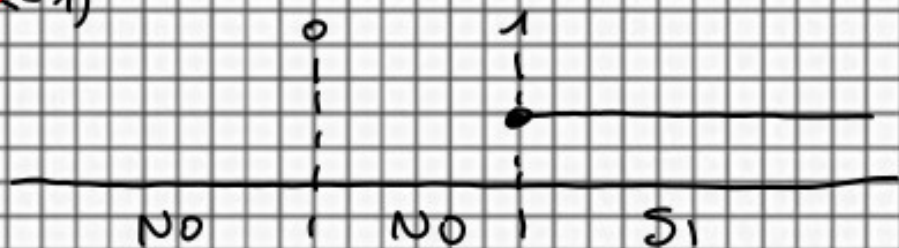


$$0 < x < 1$$

III $x \geq 1$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ +(x+1) > +(x-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ 2 > 0 \end{cases}$$



$$x \geq 1$$

UNENDO LE SOLUZIONI,

$$0 < x < 1 \cup x \geq 1$$

SI OTTIENE

$$x > 0$$

ESERCIZI

1 $|x-3| < -9$

NESSUNA SOLUZIONE

2 $|x+3| > 2$

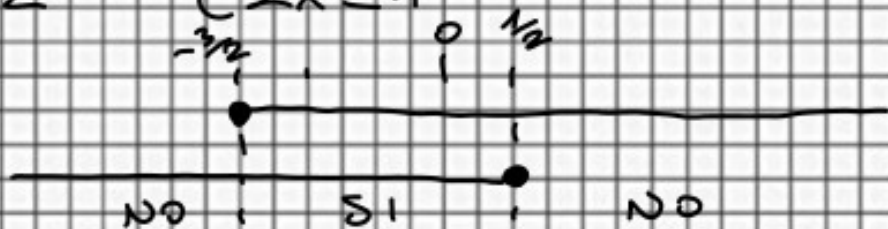
$$x+3 < -2 \quad \cup \quad x+3 > 2$$

$$x < -5 \quad \cup \quad x > -1$$

3 $|2x+1| \leq 2$

$$\begin{cases} 2x+1 \geq -2 \\ 2x+1 \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq -3 \\ 2x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$



$$-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$$

4 $|x-1| > 2$

$$x-1 < -2 \quad \cup \quad x-1 > 2$$

$$x < -1 \quad \cup \quad x > 3$$

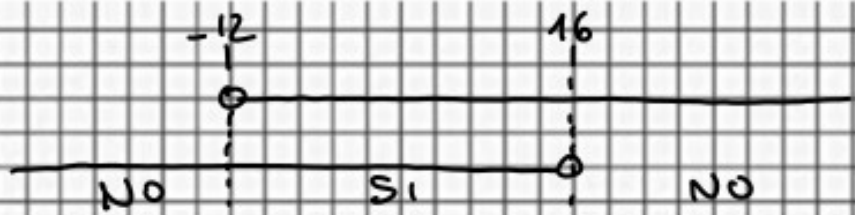
5 $\frac{1}{7}|x-2| < 2 \Rightarrow \cancel{7} \cdot \frac{1}{\cancel{7}}|x-2| < 2 \cdot \cancel{7}$

$$|x-2| < 14$$

$$\begin{cases} x-2 > -14 \\ x-2 < 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -12 \\ x < 16 \end{cases}$$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

$$\begin{cases} x > -12 \\ x < 16 \end{cases}$$



$$-12 < x < 16$$

6 $\left| \frac{2x-1}{5} \right| > 3$

$$\frac{2x-1}{5} < -3 \quad \cup \quad \frac{2x-1}{5} > 3$$

$$2x-1 < -15 \quad \cup \quad 2x-1 > 15$$

$$2x < -14 \quad \cup \quad 2x > 16$$

$$x < -\frac{14}{2} \quad \cup \quad x > \frac{16}{2}$$

$$x < -7 \quad \cup \quad x > 8$$

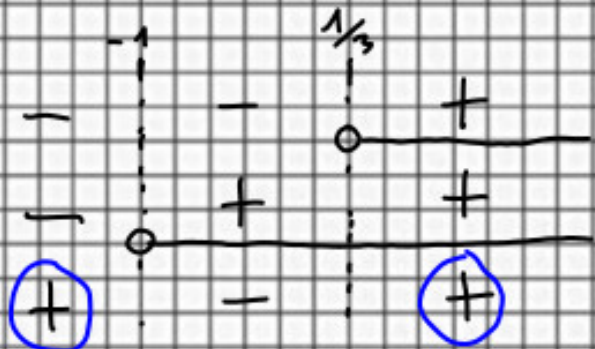
7 $\left| \frac{x-3}{x+1} \right| < 2$

C.E. $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

$$\begin{cases} \frac{x-3}{x+1} > -2 \\ \frac{x-3}{x+1} < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-3+2x+2}{x+1} > 0 \\ \frac{x-3-2x-2}{x+1} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x-1}{x+1} > 0 \\ \frac{-x-5}{x+1} < 0 \end{cases}$$

⊕

$$\begin{array}{lll} \frac{3x-1}{x+1} > 0 & 3x-1 > 0 & x > \frac{1}{3} \\ & x+1 > 0 & x > -1 \end{array}$$

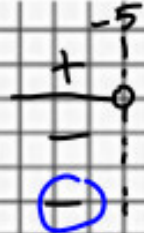
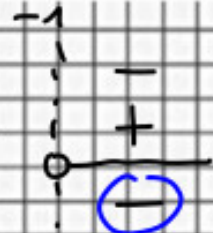


$$x < -1 \quad \cup \quad x > \frac{1}{3}$$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

II $\frac{-x-5}{x+1} < 0$

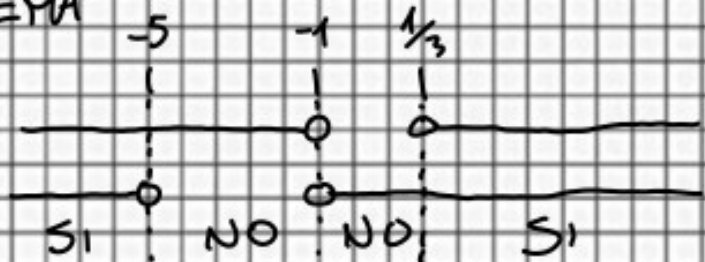
$-x-5 > 0 \quad x < -5$
 $x+1 > 0 \quad x > -1$

$x < -5 \cup x > -1$

RITORNANDO AL SISTEMA

$$\begin{cases} x < -1 \cup x > \frac{1}{3} \\ x < -5 \cup x > -1 \end{cases}$$



$$x < -5 \cup x > \frac{1}{3}$$

8 $\left| \frac{x-3}{x+5} \right| \geq 2$

C.E. $x+5 \neq 0 \quad x \neq -5$

$$\frac{x-3}{x+5} \leq -2$$

$$\cup \frac{x-3}{x+5} \geq 2$$

$$\frac{x-3+2x+10}{x+5} \leq 0$$

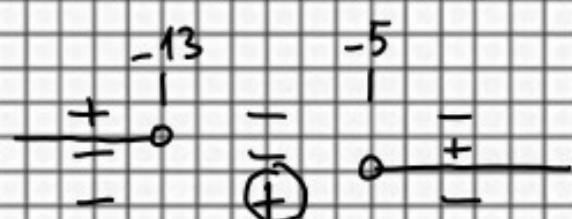
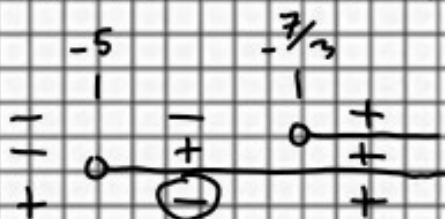
$$\cup \frac{x-3-2x-10}{x+5} \geq 0$$

$$\frac{3x+7}{x+5} \leq 0$$

$$\cup \frac{-x-13}{x+5} \geq 0$$

$$\begin{aligned} 3x+7 > 0 &\Rightarrow x > -\frac{7}{3} \\ x+5 > 0 &\Rightarrow x > -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x-13 > 0 &\Rightarrow x < -13 \\ x+5 > 0 &\Rightarrow x > -5 \end{aligned}$$

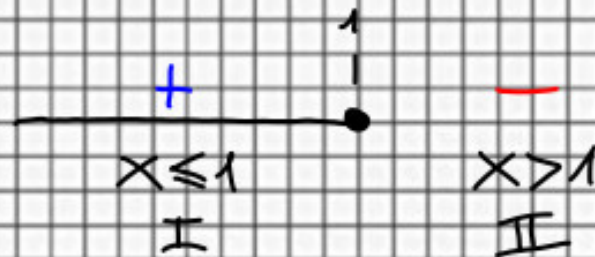


$$-13 \leq x < -5 \cup -5 < x \leq -\frac{7}{3}$$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

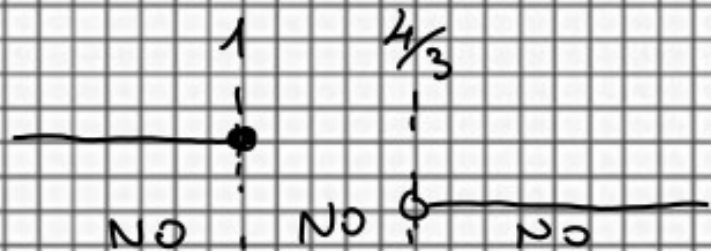
9 $|1-x| < 2x-3$

$1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$



① $\begin{cases} x \leq 1 \\ +(1-x) < 2x-3 \end{cases}$

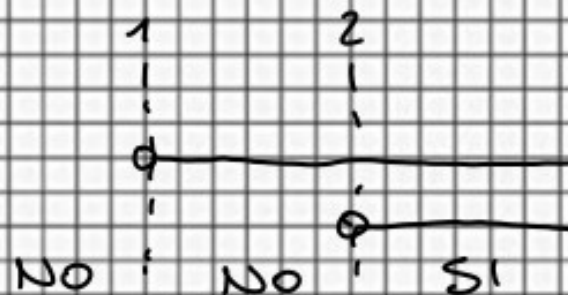
$\begin{cases} x \leq 1 \\ 3x > 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 1 \\ x > \frac{4}{3} \end{cases}$



NESSUNA SOLUZIONE

② $\begin{cases} x > 1 \\ -(1-x) < 2x-3 \end{cases}$

$\begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}$



$x > 2$

QUINDI

$x > 2$

10 $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$

① $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 5(+x) + 4 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 \leq 0 \end{cases}$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4(4) = 9$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

$$X_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

$$1 \leq x \leq 4$$

$$\textcircled{\text{II}} \begin{cases} x < 0 \\ x^2 - 5(-x) + 4 \leq 0 \\ x^2 + 5x + 4 \leq 0 \\ x^2 + 5x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = (5)^2 - 4(4) = 9$$

$$X_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{-5-3}{2} = -\frac{8}{2} = -4 \\ \frac{-5+3}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{cases}$$

$$-4 \leq x \leq -1$$

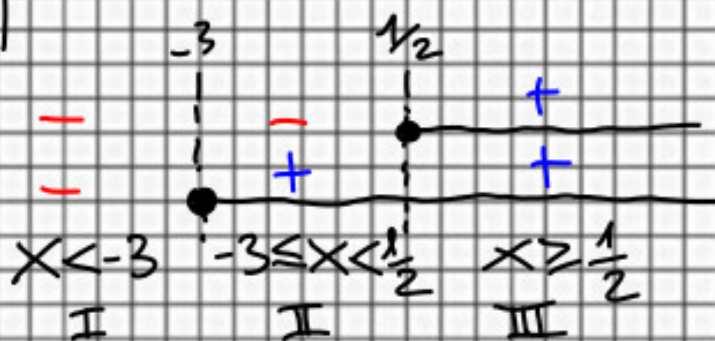
LE SOLUZIONI SONO

$$-4 \leq x \leq -1 \cup 1 \leq x \leq 4$$

11 $|2x-1| < |x+3|$

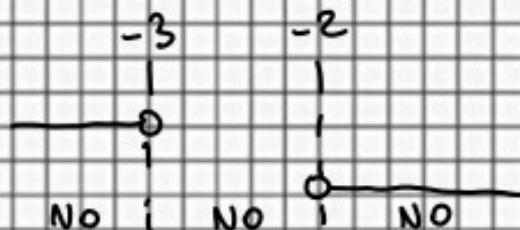
$$2x-1 \geq 0 \quad x \geq \frac{1}{2}$$

$$x+3 \geq 0 \quad x \geq -3$$



$$\textcircled{\text{I}} \begin{cases} x < -3 \\ -(2x-1) < -(x+3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -3 \\ x > -2 \end{cases}$$



NESSUNA SOLUZIONE

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

② $\begin{cases} -3 \leq x < \frac{1}{2} \\ -(2x-1) < +(x+3) \end{cases}$ $\begin{cases} -3 \leq x < \frac{1}{2} \\ -2x+1 < x+3 \end{cases}$

$\begin{cases} -3 \leq x < \frac{1}{2} \\ 3x > -2 \end{cases}$ $\begin{cases} -3 \leq x < \frac{1}{2} \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases}$

$-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{2}$

③ $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ +(2x-1) < +(x+3) \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 2x-x < 3+1 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x < 4 \end{cases}$

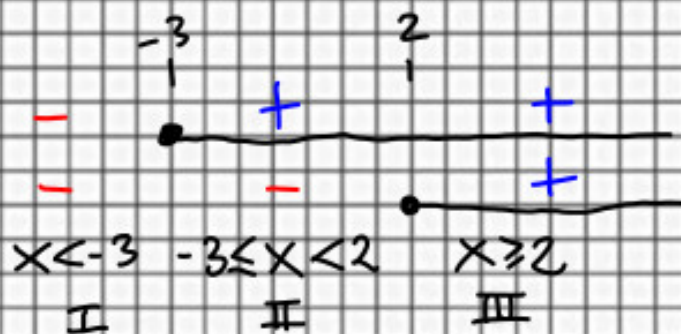
$\frac{1}{2} \leq x < 4$

$$-\frac{2}{3} < x < 4$$

12 $|x+3| > \frac{2}{3}|x-2|$

$x+3 \geq 0 \quad x \geq -3$

$x-2 \geq 0 \quad x \geq 2$



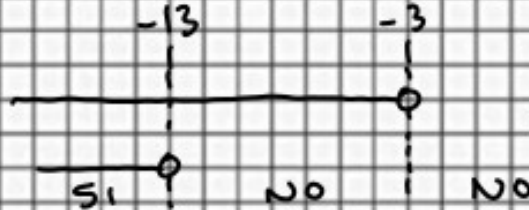
① $\begin{cases} x < -3 \\ -(x+3) > \frac{2}{3}[-(x-2)] \end{cases}$

$\begin{cases} x < -3 \\ -x-3 > -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \end{cases}$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

$$\begin{cases} x < -3 \\ x - \frac{2}{3}x < -3 - \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -3 \\ x < -13 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x < -3 \\ \frac{1}{3}x < -\frac{13}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -3 \\ \cancel{3} \cdot \cancel{\frac{1}{3}}x < \cancel{-\frac{13}{3}} \cdot \cancel{3} \end{cases}$$

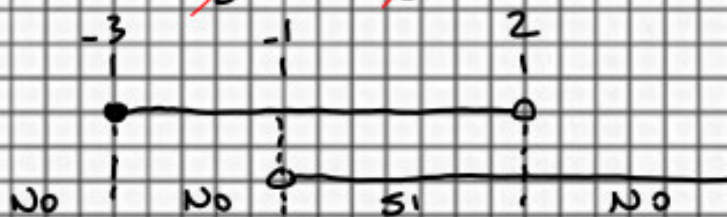
$$\Rightarrow x < -13$$

II

$$\begin{cases} -3 \leq x < 2 \\ +(x+3) > \frac{2}{3}[-(x-2)] \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x < 2 \\ x + \frac{2}{3}x > \frac{4}{3} - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$$



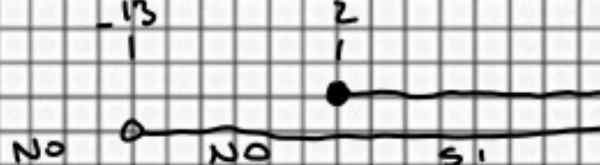
$$-1 < x < 2$$

III

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ +(x+3) > \frac{2}{3}[(x-2)] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x - \frac{2}{3}x > -3 - \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x > -13 \end{cases}$$



$$x \geq 2$$

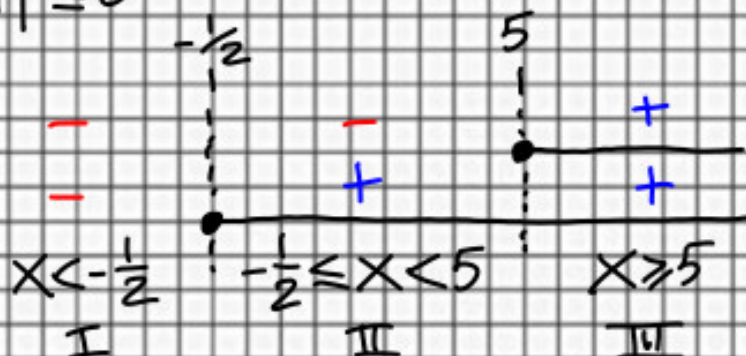
QUINDI

$$x < -13 \cup x > -1$$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

13 $|x-5| - |2x+1| \leq 0$

$$\begin{aligned} x-5 \geq 0 & \quad x \geq 5 \\ 2x+1 \geq 0 & \quad x \geq -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

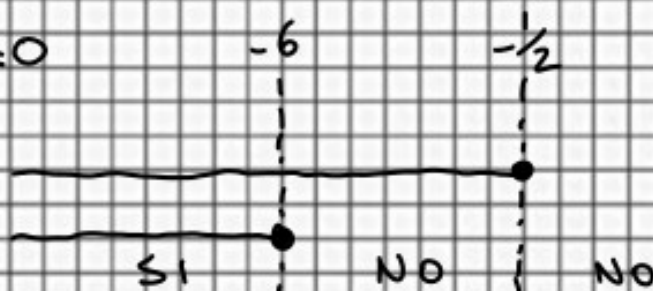


① $\begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ -(x-5) - [-(2x+1)] \leq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ -x+5+2x+1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \leq -6 \end{cases}$$

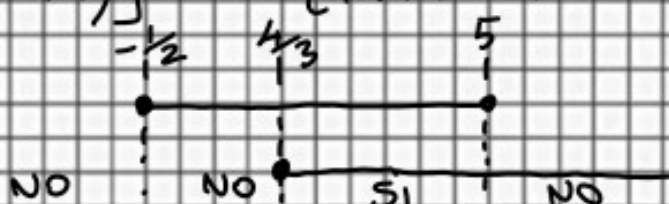
$$x \leq -6$$



② $\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x < 5 \\ -(x-5) - [+(2x+1)] \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x < 5 \\ -x+5-2x-1 \leq 0 \end{cases}$

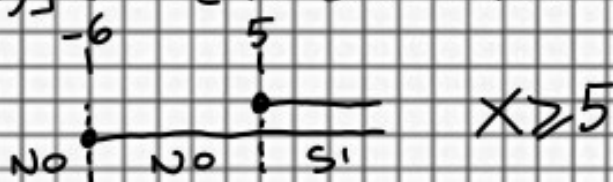
$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x < 5 \\ 3x \geq 4 \Rightarrow x \geq \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\frac{4}{3} \leq x < 5$$



③ $\begin{cases} x \geq 5 \\ +(x-5) - [+(2x+1)] \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 5 \\ x-5-2x-1 \leq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x \geq 5 \\ x \geq -6 \end{cases}$$



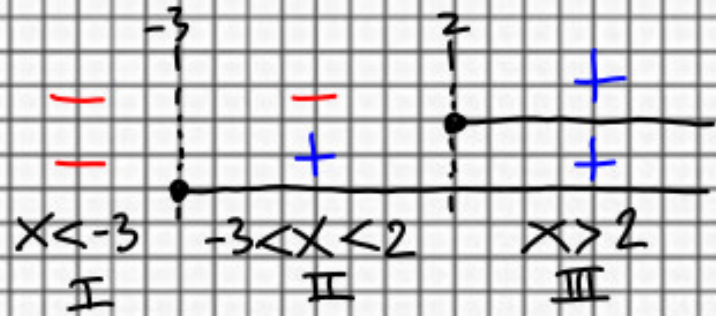
$$x \leq -6 \quad x \geq \frac{4}{3}$$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

14 $\frac{3}{|x-2|} > \frac{2}{|x+3|}$

C.E. $x-2 \neq 0 \quad x \neq 2$
 $x+3 \neq 0 \quad x \neq -3$

$x-2 \geq 0 \quad x \geq 2$
 $x+3 \geq 0 \quad x \geq -3$



① $\begin{cases} x < -3 \\ \frac{3}{2-x} > \frac{2}{-x-3} \end{cases}$

$\begin{cases} x < -3 \\ \frac{3(-x-3) - 2(2-x)}{-2x-6+x^2+3x} > 0 \end{cases}$

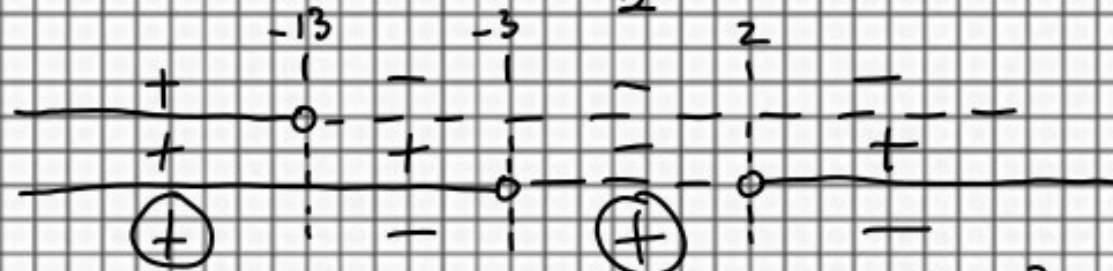
$\begin{cases} x < -3 \\ \frac{-3x-9-4+2x}{x^2+x-6} > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x < -3 \\ \frac{-x-13}{x^2+x-6} > 0 \end{cases}$

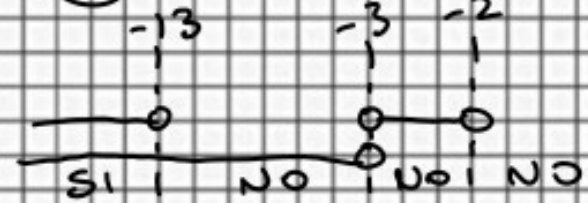
$-x-13 > 0$
 $x^2+x-6 > 0$

$x < -13$
 $\Delta = (1)^2 - 4(-6) = 1 + 24 = 25$

$x_{1,2} = \frac{-(1) \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} -\frac{6}{2} = -3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$
 $x < -3 \cup x > 2$



$\begin{cases} x < -13 \cup -3 < x < 2 \\ x < -3 \end{cases}$



$\Rightarrow x < -13$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

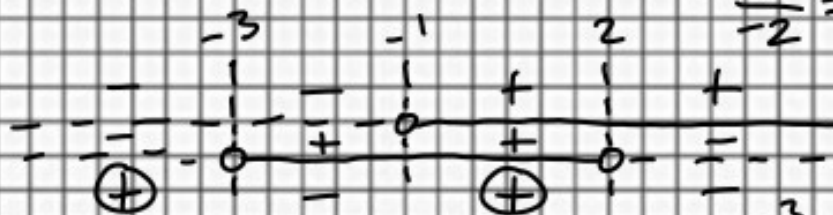
$$\textcircled{\text{II}} \begin{cases} -3 < x < 2 \\ \frac{3}{2-x} > \frac{2}{x+3} \end{cases} \quad \begin{cases} -3 < x < 2 \\ \frac{3(x+3)-2(2-x)}{2x+6-x^2-3x} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 < x < 2 \\ \frac{3x+9-4+2x}{-x^2-x+6} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -3 < x < 2 \\ \frac{5x+5}{-x^2-x+6} > 0 \end{cases}$$

$$5x+5 > 0 \quad 5x > -5 \quad x > -1$$

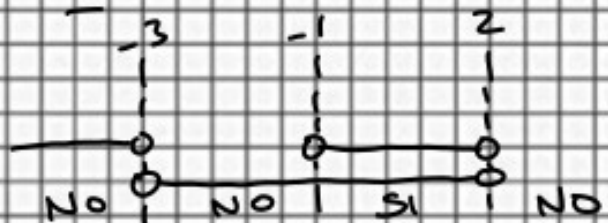
$$-x^2-x+6 > 0 \quad \Delta = (-1)^2 - 4(-1)(6) = 1 + 24 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{1 \pm 5}{-2} = \begin{cases} \frac{-4}{-2} = 2 \\ \frac{6}{-2} = -3 \end{cases} \quad -3x < 2$$



$$\begin{cases} x < -3 \cup -1 < x < 2 \\ -3 < x < 2 \end{cases}$$

$$-1 < x < 2$$



$$\textcircled{\text{III}} \begin{cases} x > 2 \\ \frac{3}{x-2} > \frac{2}{x+3} \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ \frac{3(x+3)-2(x-2)}{x^2+3x-2x-6} > 0 \end{cases}$$

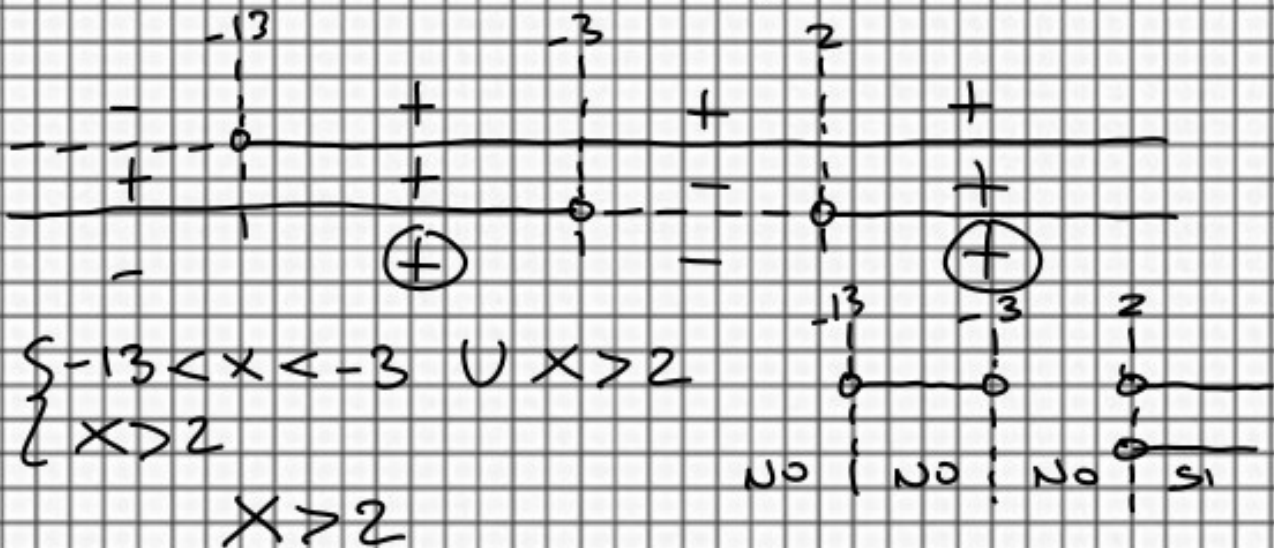
$$\begin{cases} x > 2 \\ \frac{3x+9-2x+4}{x^2+x-6} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ \frac{x+13}{x^2+x-6} > 0 \end{cases}$$

$$x+13 > 0 \quad x > -13$$

$$x^2+x-6 > 0 \quad \Delta = (1)^2 - 4(-6) = 1 + 24 = 25$$

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

$$X_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} -\frac{6}{2} = -3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases} \quad X < -3 \cup X > 2$$



QUINDI IN CONCLUSIONE LE SOLUZIONI DELLA DISEQUAZIONE INIZIALE SONO

$$X < -13 \cup -1 < X < 2 \cup X > 2$$