

FUNZIONE VALORE ASSOLUTO

IL **MODULO** O ANCHE COMUNEMENTE CHIAMATO **VALORE ASSOLUTO** È UNA FUNZIONE CHE LASCIA INVARIATI I NUMERI POSITIVI, A ZERO ASSOCIA ZERO E AD UN QUALSIASI NUMERO NEGATIVO ASSOCIA LO STESSO NUMERO CON SEGNO POSITIVO. AD ESEMPIO:

- IL VALORE ASSOLUTO DI -3 È 3 E SI SCRIVE

$$|-3| = 3$$

- IL VALORE ASSOLUTO DI 3 È 3 E SI SCRIVE

$$|3| = 3$$

- IL VALORE ASSOLUTO SIA DI $-\frac{1}{2}$ CHE DI $\frac{1}{2}$ È

$$|-\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$$

$$|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$$

PROPRIETÀ DEL VALORE ASSOLUTO DI UN NUMERO

CONSIDERATI 2 NUMERI REALI a E b SI DEFINISCONO LE SEGUENTI PROPRIETÀ DEL VALORE ASSOLUTO:

1- $|a| \geq 0$

2- $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$

3- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

4- SE $b \neq 0 \Rightarrow \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

5- $|a - b| = 0 \Leftrightarrow a = b$

6- $|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$

FUNZIONE VALORE ASSOLUTO

7- $|a| \geq b \Leftrightarrow a \leq -b$ oppure $a \geq b$

8- $|a+b| \leq |a|+|b|$

9- $|a-b| \geq ||a|-|b||$

10- $|a|^2 = a^2$

LA FUNZIONE VALORE ASSOLUTO

IN BASE AL MODULO (O VALORE ASSOLUTO) SI DEFINISCE QUINDI **FUNZIONE MODULO** (O **FUNZIONE VALORE ASSOLUTO**) LA FUNZIONE REALE DI VARIABILE REALE CON EQUAZIONE:

$$y = |x|$$

DOVE LE 2 "STANGHETTE" CHE RACCHIUDONO LA x RAPPRESENTANO IL MODULO (O VALORE ASSOLUTO) DEFINITO IN PRECEDENZA, COSÌ CHE

$$y = |x| \Rightarrow \begin{cases} x & \text{SE } x \geq 0 \\ -x & \text{SE } x < 0 \end{cases}$$

MENTRE x (VARIABILE DELLA FUNZIONE) È UN NUMERO REALE QUALSIASI, DA QUESTO NE DERIVA CHE IL SUO **DOMINIO È TUTTO L'INSIEME $\mathbb{R}$** (NUMERI REALI).

VISTO CHE IL VALORE DI y RESTITUITO DALLA FUNZIONE È SEMPRE UN NUMERO REALE POSITIVO, CIOÈ

$$y \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

FUNZIONE VALORE ASSOLUTO

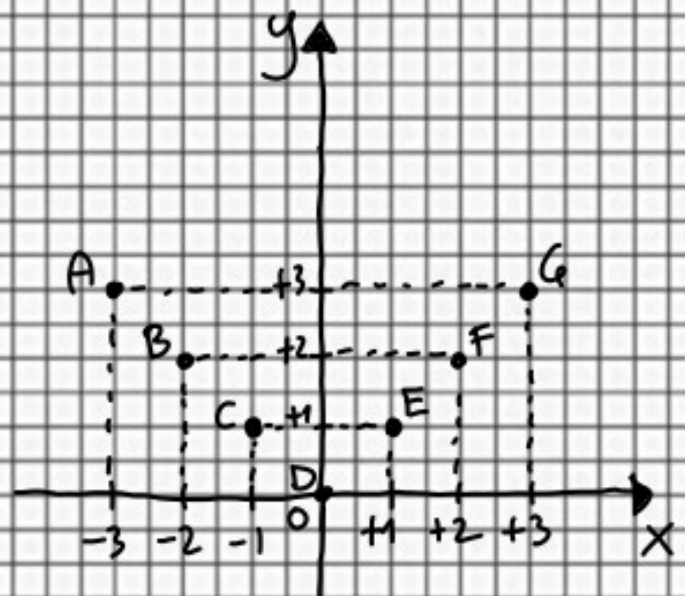
ALLORA IL CODOMINIO È L'INSIEME DEI NUMERI REALI POSITIVI (≥ 0).

PER VALUTARE L'ANDAMENTO NEL PIANO CARTESIANO DELLA FUNZIONE VALORE ASSOLUTO

$$y = |x|$$

DETERMINIAMO QUALCHE SUO PUNTO E RAPPRESENTIAMOLI

	X	f(x)	y
A	-3	$ -3 $	+3
B	-2	$ -2 $	+2
C	-1	$ -1 $	+1
D	0	0	0
E	+1	$ +1 $	+1
F	+2	$ +2 $	+2
G	+3	$ +3 $	+3



DA QUESTO SI EVINCE CHE LA y DECRESCe AL CRESCERE DELLA x SE QUESTA È MINORE DI ZERO, MENTRE CRESCE AL CRESCERE DELLA x SE QUESTA È MAGGIORE DI ZERO.

DI CONSEGUENZA LA FUNZIONE È STRETTAMENTE DECRESCENTE PER $x < 0$ E STRETTAMENTE

FUNZIONE VALORE ASSOLUTO

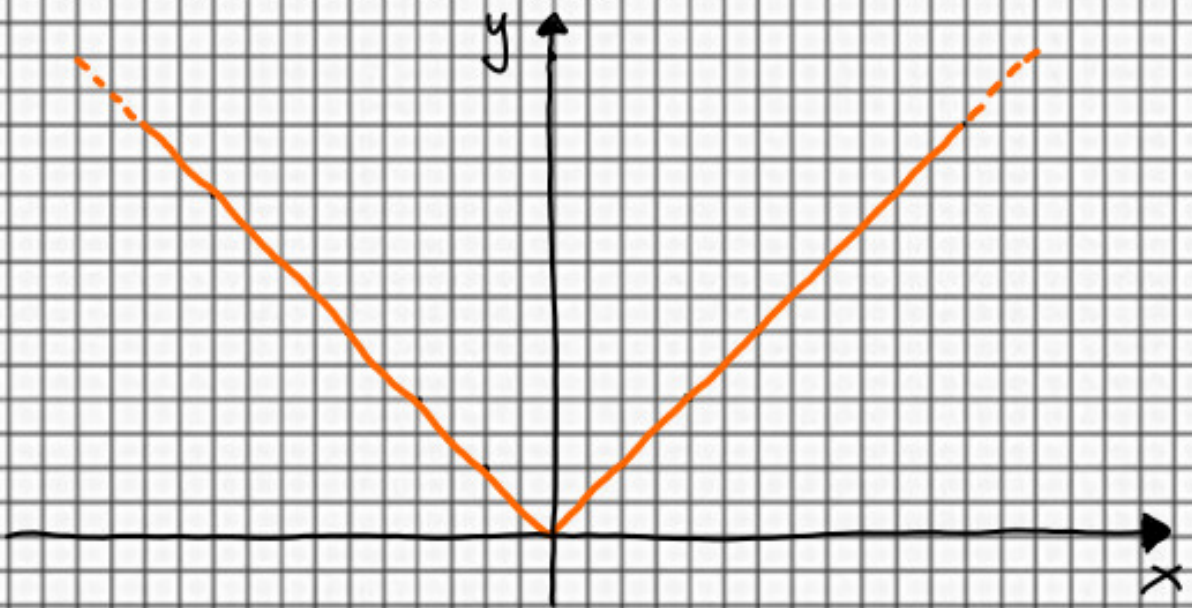
DECRESCENTE PER $x > 0$ _

PER VERIFICARE COME SI COMPORTA AGLI ESTREMI DEL DOMINIO BASTA CALCOLARNE I LIMITI:

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| = +\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} |x| = +\infty$$

DI CONSEGUENZA IL GRAFICO DELLA FUNZIONE VALORE ASSOLUTO SARÀ:



OSSERVAZIONE:

PER $x < 0$ LA FUNZIONE RAPPRESENTA LA BISETTRICE DEL SECONDO QUADRANTE MENTRE PER $x > 0$ RAPPRESENTA LA BISETTRICE DEL PRIMO QUADRANTE _