

MONOMI E POLINOMI

DEFINIZIONE DI MONOMIO

①

UN MONOMIO È UNA SCRITTURA MATEMATICA NELLA QUALE COMPaiono NUMERI E LETTERE LEGATI DALLA OPERAZIONE DI MOLTIPLICAZIONE IN OGNI MONOMIO SI DISTINGUE LA PARTE NUMERICA DETTA COEFFICIENTE E LA PARTE LETTERALE.

$$-5a^2x^3bc^4y$$

COEFFICIENTE

PARTE LETTERALE

ESEMPI:

1) $-3ax^2by^3$

È UN MONOMIO

2) $-3ax^2by^3 + 2$

NON È UN MONOMIO

VALORE NUMERICO DI UN MONOMIO

COME IN TUTTE LE ESPRESSIONI LETTERALI IL VALORE NUMERICO DI UN MONOMIO È IL VALORE CHE SI OTTIENE SOSTITUENDO DEI VALORI NUMERICI ALLE LETTERE CHE LO COMpongONO ED ESEGUENDO LA SEQUENZA DI OPERAZIONI INDICATE IN ESSO, CIOÈ AD ESEMPIO:

$$-3ax^2by^3$$

HA UN VALORE NUMERICO, QUANDO:

$$a=1 \quad x=2 \quad b=3 \quad y=-4$$

DI:

$$-3 \cdot (1) \cdot (2)^2 \cdot (3) \cdot (-4)^3 = -3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-64) = +2304$$

MONOMI E POLINOMI

MONOMI INTERI E FRAZIONARI

UN MONOMIO SI DICE INTERO SE IN ESSO LE LETTERE COMPAIONO TUTTE AL NUMERATORE,
MENTRE SI DICE FRAZIONARIO SE CI SONO
LETTERE CHE COMPAIONO AL DENOMINATORE:

$$-5ax$$

MONOMIO INTERO

$$\frac{1}{2}x$$

MONOMIO INTERO

$$-\frac{1}{x}$$

MONOMIO FRAZIONARIO

$$\frac{x}{a}$$

MONOMIO FRAZIONARIO

NOTA BENE

NEL CASO IN CUI UNA LETTERA CHE STA AL
NUMERATORE HA UN'ESPOLENTE NEGATIVO
ALLORA IL MONOMIO È FRAZIONARIO, CIÒ È:

$$-3y^{-1}$$

MONOMIO FRAZIONARIO

PERCHÈ DALLE REGOLE DELLE POTENZE SAPPIAMO
CHE:

$$-3y^{-1} = -3 \cdot \frac{1}{y^1} = -\frac{3}{y}$$

DALLE REGOLE
DELLE POTENZE

MONOMI SIMILI

DUE O PIÙ MONOMI SI DICONO SIMILI QUANDO
HANNO LA STESSA PARTE LETTERALE CON

MONOMI E POLINOMI

GLI STESSI ESPONENTI CIOÈ:

$$\boxed{-5x^2y^3 \text{ e } 3x^2y^3} \quad \text{MONOMI SIMILI}$$

$$4x^3y^2 \text{ e } -\frac{1}{2}x^3y^2 \quad \text{MONOMI SIMILI}$$

$$\boxed{-5x^2y^3 \text{ e } -5x^2} \quad \text{NON SONO SIMILI}$$

$$4x^3y^2 \text{ e } -\frac{1}{2}x^2y^3 \quad \text{NON SONO SIMILI}$$

1. MONOMI SIMILI DIFFERISCONO SOLO PER IL COEFFICIENTE.

MONOMI UGUALI

DUE O PIÙ MONOMI SI DICONO UGUALI QUANDO HANNO LA STESSA PARTE LETTERALE CON GLI STESSI ESPONENTI E LA STESSA PARTE NUMERICA, CIOÈ:

$$\boxed{2xy^2 \text{ e } 2xy^2} \quad \text{MONOMI UGUALI}$$

$$-\frac{1}{7}x^2y \text{ e } -\frac{1}{7}x^2y \quad \text{MONOMI UGUALI}$$

$$\boxed{2xy^2 \text{ e } 2x^2y} \quad \text{NON SONO UGUALI}$$

$$\frac{1}{7}x^2y \text{ e } -\frac{1}{7}xy^2 \quad \text{NON SONO UGUALI}$$

MONOMI OPPOSTI

DUE MONOMI SI DICONO OPPOSTI QUANDO HANNO LA STESSA PARTE LETTERALE CON GLI STESSI ESPONENTI E LA PARTE NUMERICA OPPOSTA, CIOÈ:

MONOMI E POLINOMI

$$\frac{1}{7}x^2y \text{ e } -\frac{1}{7}x^2y$$

MONOMI OPPOSTI

$$-3a^2x \text{ e } +3a^2x$$

MONOMI OPPOSTI

$$\frac{1}{7}x^2y \text{ e } -\frac{1}{7}xy^2$$

NON SONO OPPOSTI

$$-3a^2x \text{ e } +3ax^2$$

NON SONO OPPOSTI

QUINDI DUE MONOMI OPPOSTI SONO PRIMA DI TUTTO SIMILI.

GRADO DI UN MONOMIO

È LA SOMMA DEGLI ESPONENTI DELLE LETTERE CHE COMpongONO LA PARTE LETTERALE, CIOÈ:

$$-5x^2y^3$$

HA GRADO 5 (2+3)

$$3a^2y^{-1}$$

HA GRADO 1 (2-1)

$$\frac{1}{7}x^2y$$

HA GRADO 3 (2+1)

FACENDO RIFERIMENTO AD UNA SPECIFICA LETTERA SI PARLA DI GRADO RISPETTO A QUELLA LETTERA, CIOÈ:

$$-5x^2y^3$$

GRADO 2 RISPETTO AD x

GRADO 3 RISPETTO AD y

SE UNA LETTERA NON COMPARE, SI DICE CHE IL MONOMIO È DI GRADO 0 (ZERO) RISPETTO A QUELLA LETTERA, PERCHÈ:

$$-5x^2y^3a^0 = -5x^2y^3 \text{ GRADO } 0 \text{ RISPETTO AD } a$$

DETTO QUESTO ALLORA POSSIAMO CONSIDERARE

MONOMI E POLINOMI

MONOMI OGNI SINGOLO COEFFICIENTE
NUMERICO CHE NON HA ALCUNA PARTE LETTERALE,
CIOÈ:

$$+2 = +2 \cdot a^0 = +2$$

$$-5 = -5 \cdot a^0 = -5$$

IN QUESTO CASO SI PARLA DI MONOMIO DI
GRADO ZERO PERCHÉ IN ESSO QUALSIASI LETTERA
COMPARE CON ESPONENTE 0 (GRADO ZERO) -
UNA ECCEZIONE SI FA SOLO PER IL COEFFICIENTE
NUMERO 0 (ZERO) PERCHÉ IN QUESTO CASO NON
SI PUÒ STABILIRE IL GRADO DELLE LETTERE CHE
LO POSSONO COMPORRE, CIOÈ:

$$0 \cdot a^2 = 0 \cdot a^3 = 0 \cdot a^0$$

PER QUESTO IL SUO GRADO È INDEFINITO E
PRENDE IL NOME DI MONOMIO NULLO -

MONOMIO IN FORMA NORMALE

UN MONOMIO È IN FORMA NORMALE QUANDO NELLA
PARTE LETTERALE OGNI LETTERA COMPARE UNA SOLA
VOLTA, CIOÈ:

$$6a^2x^3bc$$

FORMA NORMALE

$$6a^2x^3bca^2b$$

NON IN FORMA NORMALE

PER TRASFORMARE UN MONOMIO IN FORMA
NORMALE BASTA SFRUTTARE LA REGOLA DELLA
MOLTIPLICAZIONE TRA POTENZE CON LA STESSA

MONOMI E POLINOMI

BASE, CIOÈ:

$$6a^2 \times bca b = 6(a^2a) \times (bb)c = 6a^3 \times b^2c$$

OPERAZIONI CON I MONOMI

SOMMA ALGEBRICA (ADDIZIONE-SOTTRAZIONE)

LA SOMMA ALGEBRICA TRA DUE O PIÙ MONOMI SI PUÒ EFFETTUARE SOLO SE I MONOMI SONO SIMILI.

ESEMPIO:

$$-5x^2y^3 + 3y^3 \quad \text{NON SI PUÒ FARE}$$

$$-6x^2 + 2x^2 = (-6 + 2)x^2 = -4x^2$$

QUINDI LA SOMMA ALGEBRICA TRA MONOMI SIMILI SI EFFETTUA FACENDO LA SOMMA ALGEBRICA DEI RISPETTIVI COEFFICIENTI.

ESEMPI:

$$1) 3ab + 4ab = 7ab$$

$$2) 3ab + 4ab - 6ab = ab$$

$$3) -\frac{1}{2}x^2y + 3x^2y = \left(-\frac{1}{2} + 3\right)x^2y = \frac{5}{2}x^2y$$

$$4) -10a^2bc^3 + 10a^2bc^3 = \emptyset$$

$$5) +3ab^2c^3 + 2ab^2c^3 - 7ab^2c^3 = (3 + 2 - 7)ab^2c^3 = -2ab^2c^3$$

$$6) 5x^2 + 3x^2 + 2x - 3x = (5 + 3)x^2 + (2 - 3)x = 8x^2 - x$$

MONOMI E POLINOMI

PRODOTTO

IL PRODOTTO TRA DUE O PIÙ MONOMI SI PUÒ SEMPRE EFFETTUARE, E BASTA MOLTIPLICARE I COEFFICIENTI E LE PARTI LETTERALI, SFRUTTANDO PER QUESTE LA REGOLA DELLA MOLTIPLICAZIONE TRA POTENZE CON LA STESSA BASE, CIÒÈ:

$$\begin{aligned} 1) -7a^2x \cdot (3abxy) &= (-7 \cdot 3)(a^2 \cdot a)(x \cdot x) \cdot b \cdot y = \\ &= -21a^3x^2by \end{aligned}$$

$$2) 2a^2 \cdot 7a^3 = 2 \cdot 7 \cdot a^2 \cdot a^3 = 14a^5$$

QUOZIENTE

IL QUOZIENTE TRA DUE O PIÙ MONOMI SI PUÒ SEMPRE EFFETTUARE, E BASTA DIVIDERE TRA DI LORO I COEFFICIENTI E LE PARTI LETTERALI, SFRUTTANDO PER QUESTE LA REGOLA DELLA DIVISIONE TRA POTENZE CON LA STESSA BASE, CIÒÈ:

$$\begin{aligned} 1) 14a^2b^3 : 7ab^2 &= (14:7)(a^2:a)(b^3:b^2) = \\ &= 2ab \end{aligned}$$

$$2) ab^2 : 2ab = (1:2)(a:a)(b^2:b) = \frac{1}{2}a^0b = \frac{1}{2}b$$

DIVISIBILITÀ TRA MONOMI

UN MONOMIO (DETTO DIVIDENDO) È DIVISIBILE PER UN ALTRO MONOMIO (DETTO DIVISORE) QUANDO IN ESSO COMPaiono TUTTE LE LETTERE DEL DIVISORE, OGNIUNA CON ESPONENTE MAGGIORE O UGUALE A QUELLO CON CUI COMPaiono NEL DIVISORE.

MONOMI E POLINOMI

IN QUESTO CASO IL MONOMIO DIVIDENDO È MULTIPLO DEL MONOMIO DIVISORE E IL MONOMIO DIVISORE NON PUÒ ESSERE NULO, CIOÈ:

$$5x^2y : \emptyset \quad \text{NON HA SIGNIFICATO}$$

ESempi:

1) $14a^2b^3$ È DIVISIBILE PER $7ab^2$

2) ab^2 È DIVISIBILE PER $2ab$

3) ab NON È DIVISIBILE PER a^2b

4) $3x^2$ NON È DIVISIBILE PER $3x^3$

NOTA BENE:

CHE UN MONOMIO NON È DIVISIBILE PER UN ALTRO NON VUOL DIRE CHE NON SI PUÒ FARE IL QUOZIENTE, CIOÈ:

$$3x^2 : 3x^3 = (3:3)(x^2:x^3) = x^{-1} = \frac{1}{x} \quad \text{MONOMIO FRAZIONARIO}$$

POTENZA

LA POTENZA DI UN MONOMIO SI PUÒ SEMPRE EFFETTUARE E BASTA FARE LA POTENZA DEL COEFFICIENTE E LA POTENZA DELLA PARTE LETTERARE, SFRUTTANDO PER QUESTA LA REGOLA DELLA POTENZA DI POTENZA, CIOÈ:

1) $(2a^2b^3)^3 = 2^3 \cdot (a^2)^3 \cdot (b^3)^3 = 8a^6b^9$

2) $(-3x^2y^3)^2 = (-3)^2 (x^2)^2 \cdot (y^3)^2 = 9x^4y^6$

MONOMI E POLINOMI

MASSIMO COMUNE DIVISORE TRA MONOMI (M.C.D.)

③

IL MASSIMO COMUNE DIVISORE DI DUE O PIÙ MONOMI È UN MONOMIO CHE:

i) COME COEFFICIENTE HA:

- IL M.C.D. DEI VALORI ASSOLUTI DEI COEFFICIENTI, SE SONO TUTTI INTERI;
- IL NUMERO 1 SE QUALCHE COEFFICIENTE NON È INTERO;

ii) COME PARTE LETTERACE HA:

- IL PRODOTTO DI TUTTE LE LETTERE COMUNI, OGNIUNA PRESA UNA SOLA VOLTA CON L'ESPONENTE PIÙ PICCOLO;

ESEMPLI:

1) $\frac{1}{2}a^4b^2c$ a^6b $2a^3b^3c^4$

NON TUTTI I COEFFICIENTI SONO INTERI, QUINDI IL COEFFICIENTE DEL M.C.D. È 1.

ORDINIAMO LE LETTERE IN COLONNA:

$$\begin{array}{l} a^4 b^2 c \\ a^6 b \\ a^3 b^3 c^4 \end{array}$$

QUINDI:

$$\text{M.C.D.} \left(\frac{1}{2}a^4b^2c; a^6b; 2a^3b^3c^4 \right) = a^3b$$

MONOMI E POLINOMI

2) $30a^4$ $12a^2b$ $18ab^5c$

I COEFFICIENTI SONO TUTTI INTERI QUINDI LI
SCOMPONIAMO:

$$\begin{array}{r} 30 \div 5 \\ 6 \div 3 \\ 2 \div 2 \\ 1 \end{array}$$

$$30 = 5 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 12 \div 3 \\ 4 \div 2 \\ 2 \div 2 \\ 1 \end{array}$$

$$12 = 3 \cdot 2^2$$

$$\begin{array}{r} 18 \div 3 \\ 6 \div 3 \\ 2 \div 2 \\ 1 \end{array}$$

$$18 = 3^2 \cdot 2$$

QUINDI:

$$\text{MCD} = 3 \cdot 2 \cdot a = 6a$$

3) $\frac{1}{4}x^2$ $8xy$ $12y^4$

$$\text{MCD} = 1 \cdot xy = xy$$

4) $-2a^2b^2$ $16b^4$ $4bc$

$$2$$

$$16 = 2^4$$

$$4 = 2^2$$

$$\text{MCD} = 2 \cdot b = 2b$$

5) $12x^2y^3$ $15x^4y^2z^3$ $24x^3z^2$

$$12 = 3 \cdot 2^2$$

$$15 = 5 \cdot 3$$

$$24 = 3 \cdot 2^3$$

$$\text{MCD} = 3 \cdot x^2 = 3x^2$$

6) $15xyz$ $6y^4$ $9yz^5$

$$15 = 5 \cdot 3$$

$$6 = 3 \cdot 2$$

$$9 = 3^2$$

$$\text{MCD} = 3 \cdot y = 3y$$

MONOMI E POLINOMI

MINIMO COMUNE MULTIPLO TRA MONOMI (m.c.m.)

IL MINIMO COMUNE MULTIPLO DI DUE O PIÙ MONOMI È UN MONOMIO CHE:

i) COME COEFFICIENTE HA:

- IL m.c.m. DEI VALORI ASSOLUTI DEI COEFFICIENTI, SE SONO TUTTI INTERI;
- IL NUMERO 1 SE QUALCHE COEFFICIENTE NON È INTERO;

ii) COME PARTE LETTERALE HA:

- IL PRODOTTO DI TUTTE LE LETTERE COMUNI E NON COMUNI, QUELLE COMUNI PRESE UNA SOLA VOLTA CON L'ESPOLENTE PIÙ GRANDE;

ESEMPI:

1) $\frac{1}{2} a^4 b^2 c$ $a^6 b$ $2 a^3 b^3 c^4$

$$\text{m.c.m.} = 1 \cdot a^6 \cdot b^3 \cdot c^4 = a^6 b^3 c^4$$

2) $30 a^4$ $12 a^2 b$ $18 a b^5 c$

$$30 = 5 \cdot 3 \cdot 2$$

$$12 = 3 \cdot 2^2$$

$$18 = 3^2 \cdot 2$$

$$\text{m.c.m.} = 5 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot a^4 \cdot b^5 \cdot c = 180 a^4 b^5 c$$

3) $8 x y z^2$ $-10 x^2 y^2 z^2$ $12 x y^3 z^4$

$$8 = 2^3$$

$$10 = 5 \cdot 2$$

$$12 = 3 \cdot 2^2$$

$$\text{m.c.m.} = 5 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot z^4 = 120 x^2 y^3 z^4$$

MONOMI E POLINOMI

DEFINIZIONE DI POLINOMIO

UN POLINOMIO È LA SOMMA ALGEBRICA DI DUE O PIÙ MONOMI.

IN BASE AL NUMERO DI MONOMI CHE LI COMPONGONO PRENDONO DIVERSI NOMI:

2 MONOMI	$a \pm b$	BINOMIO
3 MONOMI	$a \pm b \pm c$	TRINOMIO
4 MONOMI	$a \pm b \pm c \pm d$	QUADRINOMIO

ESEMPI:

1) $-3ax^2by + 2$ È UN POLINOMIO (BINOMIO)

2) $-3ax^2by$ NON È UN POLINOMIO (MONOMIO)

UN POLINOMIO È RIDOTTO IN FORMA NORMALE SE NON CONTIENE MONOMI SIMILI.

QUANDO UN POLINOMIO È RIDOTTO IN FORMA NORMALE IN ESSO VI PUÒ ESSERE UN SOLO MONOMIO DI GRADO $\neq 0$ (CIOÈ SOLO COEFFICIENTE), E SE È PRESENTE PRENDE IL NOME DI TERMINE NOTO:

$$4x^2y + 3$$

3 È IL TERMINE NOTO

POLINOMI UGUALI

SI DICONO UGUALI QUEI POLINOMI CHE RIDOTTI IN FORMA NORMALE, SONO FORMATI DA MONOMI UGUALI.

POLINOMI OPPOSTI

SI DICONO OPPOSTI QUEI POLINOMI CHE RIDOTTI IN FORMA NORMALE, SONO FORMATI DA MONOMI OPPOSTI; CIOÈ:

$$4x^2y + 3 \quad -4x^2y - 3$$

MONOMI E POLINOMI

POLINOMIO NULLO

SI DICE NULLO QUEL POLINOMIO NEL QUALE TUTTI I MONOMI CHE LO COMPONGONO SONO MONOMI NULLI, CIOÈ HANNO TUTTI I COEFFICIENTI PARI A 0:

$$0 \cdot xy + 0 \cdot x^4 y^2 + 0 \cdot y^3$$

GRADO DI UN POLINOMIO

SE UN POLINOMIO NON È NULLO SI DEFINISCE GRADO IL MASSIMO DEI GRADI DEI MONOMI CHE LO COMPONGONO.

ESEMPI:

1) $-3x^2y^3 + 5ab + 8y^3$ GRADO 5

2) $-2x^4 + x^3 + x + 1$ GRADO 4

COME PER I MONOMI ANCHE PER I POLINOMI SI PUÒ PARLARE DI GRADO RISPETTO AD UNA LETTERA, CONSIDERANDO L'ESPOLENTE MASSIMO CON CUI TALE LETTERA È PRESENTE IN ESSO.

POLINOMIO OMOGENEO

SI DICE OMOGENEO QUEL POLINOMIO NEL QUALE TUTTI I MONOMI HANNO LO STESSO GRADO:

ESEMPI:

1) $a + b + c$

2) $-5x^2y^4 + 8x^3y^3 - 3x^6$

MONOMI E POLINOMI

POLINOMIO ORDINATO

UN POLINOMIO È ORDINATO SECONDO UNA LETTERA SE I MONOMI SONO DISPOSTI IN MODO CHE GLI ESPONENTI DI TALE LETTERA SONO IN ORDINE DECRESCENTE O CRESCENTE, E TALE LETTERA SI DICE LETTERA ORDINATRICE;

ESEMPI:

1) $3a^4b - 2a^2 + 5b$

2) $1 + x + x^2$

POLINOMIO COMPLETO

UN POLINOMIO È COMPLETO SECONDO UNA LETTERA SE I MONOMI CONTENGONO TUTTE LE POTENZE DI TALE LETTERA, DA QUELLA MASSIMA FINO ALLA POTENZA 0 -

ESEMPI:

1) $x^2 + x + 1$

2) $3a^4b + a^3 - 2a^2 + 5b$ COMPLETO RISPETTO AD a

PRINCIPIO DI IDENTITÀ DEI POLINOMI

CONSIDERATI DUE POLINOMI IN FORMA NORMALE NEI QUALI COMPARE UNA SOLA LETTERA CON GRADI DIFFERENTI, TALI POLINOMI SI DICONO IDENTICAMENTE UGUALI SE HANNO UGUALI I COEFFICIENTI DEI TERMINI DI GRADO UGUALE -

MONOMI E POLINOMI

ESEMPIO!

CONSIDERATI I DUE POLINOMI

$$2x^3 + 3x - 5$$

e

$$hx^3 + 3x + k$$

NELLA LETTERA x SONO IDENTICAMENTE UGUALI
SE E SOLO SE

$$h=2$$

e

$$k=-5$$

OPERAZIONI CON I POLINOMI

SOMMA ALGEBRICA (ADDIZIONE-SOTTRAZIONE)

LA SOMMA ALGEBRICA TRA DUE O PIÙ POLINOMI
SI EFFETUA FACENDO LA SOMMA ALGEBRICA DEI
MONOMI SIMILI IN ESSI PRESENTI.

ESEMPLI:

$$\begin{aligned} 1) (x^2 - x + 3) + (2x - 2x^2 + 3) &= \\ &= x^2 - 2x^2 + 2x - x + 3 + 3 = \\ &= -x^2 + x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) (x^2 - x + 3) - (2x - 2x^2 + 3) &= \\ &= x^2 + 2x^2 - x - 2x + 3 - 3 = \\ &= 3x^2 - 3x \end{aligned}$$

PRODOTTO

IL PRODOTTO TRA DUE POLINOMI SI EFFETUA
MOLTIPLICANDO CIASCUN MONOMIO DEL PRIMO
POLINOMIO PER TUTTI I MONOMI DEL SECONDO
POLINOMIO

MONOMI E POLINOMI

ESEMPI:

$$1) (3-x)(x+2) = 3x + \cancel{2x} - x^2 - \cancel{2x} = \\ = 3x - x^2$$

$$2) (a+3)(a-4) = a^2 - 4a + 3a - 12 = \\ = a^2 - a - 12$$

QUOZIENTE DI UN POLINOMIO PER UN MONOMIO

IL QUOZIENTE DI UN POLINOMIO PER UN MONOMIO SI EFFETUA DIVIDENDO OGNI MONOMIO DEL POLINOMIO PER IL MONOMIO DIVISORE.

ESEMPIO

$$(8a^2b^3 - 6ab^2 + 4ab) : (-2ab) = \\ = 8 : (-2) \cdot (a^2 : a) \cdot (b^3 : b) - 6 : (-2) (a : a) (b^2 : b) + \\ + 4 : (-2) (a : a) (b : b) = \\ = \boxed{-4ab^2 + 3b - 2}$$

IN QUESTA OPERAZIONE BISOGNA TENERE BENE A MENTE IL CONCETTO DI "DIVISIBILITÀ TRA MONOMI" (GIÀ DISCUSO), IN MODO CHE UN POLINOMIO È DIVISIBILE PER UN MONOMIO SE OGNI TERMINE DEL POLINOMIO È DIVISIBILE PER IL MONOMIO DIVISORE.

VEDIAMO UN ALTRO ESEMPIO:

$$\boxed{(8x - 16x^2 - 12x^3) : (4x)}$$

MONOMI E POLINOMI

DIVIDIAMO SEMPRE CIASCUN TERMINE DEL POLINOMIO ⁽⁵⁾
PER IL MONOMIO DIVISORE OTTENENDO I QUOZIENTI
PARZIALI:

1° TERMINE DEL DIVIDENDO	$8x$	$: 4x$	$= 2$	QUOZIENTI PARZIALI
2° TERMINE DEL DIVIDENDO	$-16x^2$	$: 4x$	$= -4x$	
3° TERMINE DEL DIVIDENDO	$-12x^3$	$: 4x$	$= -3x^2$	

COSÌ:

$$(8x - 16x^2 - 12x^3) : (4x) = 2 - 4x - 3x^2$$

CONSIDERIAMO INVECE LA DIVISIONE:

$$(4x^3y + x^2) : (2x^3y)$$

MENTRE IL PRIMO TERMINE DEL POLINOMIO È
DIVISIBILE PER IL MONOMIO DIVISORE, CIOÈ:

$$4x^3y : 2x^3y = 2$$

IL SECONDO TERMINE NON È DIVISIBILE PER IL
MONOMIO DIVISORE IN QUANTO LA LETTERA X
NEL DIVISORE HA ESPONENTE 3 MAGGIORE DI
2 ESPONENTE CON CUI COMPARE NEL DIVIDENDO,
E POI NEL DIVISORE È PRESENTE LA LETTERA Y
CHE NON È PRESENTE NEL DIVIDENDO, QUINDI
NEL QUOZIENTE PARZIALE

$$x^2 : 2x^3y$$

IL MONOMIO DIVIDENDO NON È DIVISIBILE PER
IL MONOMIO DIVISORE, E DI CONSEGUENZA

IL MONOMIO $(2x^3y)$
NON DIVIDE IL POLINOMIO $(4x^3y + x^2)$

MONOMI E POLINOMI

ESEMPI

SEMPLIFICHIAMO LE SEGUENTI ESPRESSIONI TRACOTOMI:

$$\begin{aligned} 1) -5a^3b^2 + 7a^3b^2 + 3a^3b^2 &= \\ &= (-5+7+3)a^3b^2 = 5a^3b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) 7ab^2 - 5a^2b + a^2b + 3ab^2 &= \\ &= (7+3)ab^2 + (-5+1)a^2b = 10ab^2 - 4a^2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) 5x + 3y - [2x - (4y - 3x)] &= \text{TOGLIAMO LA TONDA} \\ &= 5x + 3y - [2x - 4y + 3x] = \text{TOGLIAMO LA QUADRA} \\ &= 5x + 3y - 2x + 4y - 3x = \\ &= (5-2-3)x + (3+4)y = 7y \end{aligned}$$

$$4) [2y(a^2 - 6a^2) + (y + 3y) \cdot a^2] : (3a^2) =$$

IN QUESTO CASO C'È UNA OPERAZIONE DI DIVISIONE
QUINDI SEMPLIFICHIAMO PRIMA IL DIVIDENDO, CIOÈ
L'ESPRESSIONE NELLA PARENTESI QUADRA:

$$\begin{aligned} &= [2y(-5a^2) + (4y) \cdot a^2] : (3a^2) = \\ &= [-10a^2y + 4a^2y] : (3a^2) = \\ &= [-6a^2y] : (3a^2) = \end{aligned}$$

PER LA DIVISIBILITÀ TRA MONOMI IL DIVIDENDO È
DIVISIBILE PER IL DIVISORE COSÌ:

$$-6 : (3) \cdot (a^2 : a^2) (y : 1) = -2y$$

MONOMI E POLINOMI

$$\begin{aligned} 5) & -7a^3 + 18a^5 : (-6a^2) - 2a^2(-a) + 3a^3 - 20a^3 : (-4) = \\ & = -7a^3 + 18 : (-6)(a^5 : a^2) + 2(a^2 \cdot a) + 3a^3 - 20 : (-4) \cdot a^3 = \\ & = -7a^3 - 3a^3 + 2a^3 + 3a^3 + 5a^3 = \\ & = (-7 - 3 + 2 + 3 + 5)a^3 = \emptyset \cdot a^3 = \emptyset \end{aligned}$$

CALCOLO M.C.D. ED m.c.m. TRA MONOMI:

$$\begin{array}{lll} 6) & 3a & 2ab & -5bc \\ & \text{M.C.D.} = 1 & \text{m.c.m.} = 30abc \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 7) & \begin{array}{l} 2x^4 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{l} 4x^2y^2 \\ 4 = 2^2 \end{array} & \begin{array}{l} 6x^2y^2 \\ 6 = 2 \cdot 3 \end{array} \\ & \text{M.C.D.} = 2x^2 & \text{m.c.m.} = 12x^4y^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 8) & \begin{array}{l} 6a^2b^2c^3 \\ 6 = 2 \cdot 3 \end{array} & \begin{array}{l} 3ab^4c^3 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{l} 9a^5b^2c^3 \\ 9 = 3^2 \end{array} \\ & \text{M.C.D.} = 3ab^2c^3 & \text{m.c.m.} = 18a^5b^4c^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 9) & \begin{array}{l} -3a \\ 3 \end{array} & \begin{array}{l} -10b \\ 10 = 2 \cdot 5 \end{array} & \begin{array}{l} 2c \\ 2 \end{array} \\ & \text{M.C.D.} = 1 & \text{m.c.m.} = 30abc \end{array}$$

PRODOTTO DI UN POLINOMIO PER UN MONOMIO:

$$\begin{aligned} 10) & (2x^2 + 3ax - b^2) \cdot (-4ab) = \\ & = 2 \cdot (-4) abx^2 + 3 \cdot (-4) (a \cdot a) bx + 4a(b^2 \cdot b) = \\ & = -8abx^2 - 12a^2bx + 4ab^3 \end{aligned}$$

MONOMI E POLINOMI

$$\begin{aligned} 11) & \left(-3xy + 4xy^2 - \frac{2}{3}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right) = \\ & = (-3) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) (x \cdot x)(y \cdot y) + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) (x \cdot x)(y^2 \cdot y) - \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) (x^2 \cdot x)(y \cdot y) = \\ & = \boxed{\frac{3}{2}x^2y^2 - 2x^2y^3 + \frac{1}{3}x^3y^2} \end{aligned}$$

PRODOTTO TRA POLINOMI

$$\begin{aligned} 12) & \left(a + \frac{1}{2}\right) (2b - 6) = a \cdot (2b) + a \cdot (-6) + \frac{1}{2} \cdot (2b) + \frac{1}{2} \cdot (-6) = \\ & = \boxed{2ab - 6a + b - 3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13) & \left(x - \frac{1}{3}\right) (3y - 6) = x \cdot (3y) + x \cdot (-6) - \frac{1}{3} \cdot (3y) - \frac{1}{3} \cdot (-6) = \\ & = \boxed{3xy - 6x - y + 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14) & (x - y) (x^2 + xy + y^2) = x \cdot (x^2) + x \cdot (xy) + x \cdot (y^2) - y \cdot (x^2) - y \cdot (xy) - y \cdot (y^2) = \\ & = x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{xy^2} - \cancel{x^2y} - \cancel{xy^2} - y^3 = \\ & = \boxed{x^3 - y^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15) & (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x+3) = \\ & = [x \cdot (x) + x \cdot (-2) + 1 \cdot (x) + 1 \cdot (-2)] \cdot (x+3) = \\ & = (x^2 - 2x + x - 2) (x+3) = \\ & = (x^2 - x - 2) (x+3) = \\ & = x^2 \cdot (x) + x^2 \cdot (3) - x \cdot (x) - x \cdot (3) - 2 \cdot (x) - 2 \cdot (3) = \\ & = x^3 + 3x^2 - x^2 - 3x - 2x - 6 = \\ & = \boxed{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} \end{aligned}$$