

SCOMPOSIZIONI

SCOMPOSIZIONI

(1)

RACCOLGIMENTO TOTALE

QUANDO ABBIAMO UN NUMERO QUALSIASI DI TERMINI CHE HANNO IN COMUNE UN VALORE, CHE SIA UNA PARTE LETTERARIA, UN COEFFICIENTE O UN FATTORE COMUNE DEI COEFFICIENTI, SI MOLTIPLICA E SI DIVIDE TUTTO PER QUESTO VALORE!

ESEMPI:

$$\begin{aligned} 1) \quad 2xy + 2xz &= \frac{2x}{2x} (2xy + 2xz) = \\ &= 2x \left(\frac{2xy}{2x} + \frac{2xz}{2x} \right) = 2x(y + z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 3x^3 + 3x^2 + 3x &= \frac{3x}{3x} (3x^3 + 3x^2 + 3x) = \\ &= 3x \left(\frac{3x^3}{3x} + \frac{3x^2}{3x} + \frac{3x}{3x} \right) = \\ &= 3x(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad 6a^3x^3 + 9a^2x^2 + 12a^2x^2 &= \\ &= \frac{3ax^2}{3ax^2} (6a^3x^3 + 9a^2x^2 + 12a^2x^2) = \\ &= 3ax^2 \left(\frac{6a^3x^3}{3ax^2} + \frac{9a^2x^2}{3ax^2} + \frac{12a^2x^2}{3ax^2} \right) = \\ &= 3ax^2(2a^2x^2 + 3 + 4a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad 15x^3 + 10x^2 + 5x &= \\ &= \frac{5x}{5x} (15x^3 + 10x^2 + 5x) = \\ &= 5x \left(\frac{15x^3}{5x} + \frac{10x^2}{5x} + \frac{5x}{5x} \right) = \\ &= 5x(3x^2 + 2x + 1) \end{aligned}$$

SCOMPOSIZIONI

RACCOGNIMENTO PARZIALE

QUANDO ABBIAMO UN NUMERO PARI DI TERMINI
E SOLO ALCUNI DI ESSI HANNO UN VALORE IN
COMUNE

ESEMP:

$$\begin{aligned} 1) \quad 3ax + 3bx + 5ay + 5by &= \\ &= 3x(a+b) + 5y(a+b) = \\ &= (a+b)(3x+5y) \end{aligned}$$

$$2) \quad xy - y - x + 1 =$$

COMINCIANDO A RACCOGLIERE LA y PER I PRIMI 2
TERMINI

$$= y(x-1) - x + 1 =$$

RACCOGLIENDO -1 PER IL TERZO E QUARTO TERMINE

$$= y(x-1) - (x-1) =$$

OTTENGO

$$= (x-1)(y-1)$$

NOTA BENE:

LO STESSO RISULTATO SI OTTIENE COMINCIANDO A
RACCOGLIERE PRIMA LA x , CIOÈ:

$$= x(y-1) - y + 1 =$$

$$= x(y-1) - (y-1) =$$

$$= (y-1)(x-1)$$

SPRUTTANDO POI I PRODOTTI NOTEVOLI SI POSSONO
ANCHE FARE LE SCOMPOSIZIONI SEGUENTI:

SCOMPOSIZIONI

DIFFERENZA DI 2 QUADRATI

QUANDO È PRESENTE LA DIFFERENZA DI 2 TERMINI AL QUADRATO

ESEMPIO 1

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 + a - b = \\ & = (a-b)(a+b) + (a-b) = \\ & = (a-b)(a+b+1) \end{aligned}$$

ESEMPIO 2

$$\begin{aligned} & 9x^2 - 4y^2 + 3x - 2y \\ & a = 3x \quad b = 2y \quad \text{CIOÈ} \\ & (3x)^2 - (2y)^2 + 3x - 2y = \\ & = (3x-2y)(3x+2y) + (3x-2y) = \\ & = (3x-2y)(3x+2y+1) \end{aligned}$$

NOTA BENE:

QUANDO INVECE È PRESENTE LA SOMMA DI 2 TERMINI AL QUADRATO

$$a^2 + b^2$$

IN GENERALE QUESTA NON È SCOMPONIBILE.
SE PERÒ I QUADRATI DEI TERMINI SONO TALI CHE IL LORO DOPPIO PRODOTTO RISULTA ANCORA UN QUADRATO, MEDIANTE IL METODO DEL COMPLETAMENTO DEL QUADRATO, TALE SOMMA SI PUÒ SCOMPORRE.

ESEMPIO:

SUPPONIAMO DI AVERE LA SEGUENTE SOMMA:

$$a^4 + 4b^4$$

LA POSSIAMO SCRIVERE COME SOMMA DI QUADRATI:

$$(a^2)^2 + (2b^2)^2$$

E IL LORO DOPPIO PRODOTTO SARÀ

$$4a^2b^2$$

CHE È ANCORA UN QUADRATO, CIOÈ

$$(2ab)^2$$

SCOMPOSIZIONI

A QUESTO PUNTO ALLA SOMMA INIZIALE
AGGIUNGIAMO E TOGLIAMO TALE DOPIO PRODOTTO:

$$a^4 + 4b^4 + 4a^2b^2 - 4a^2b^2$$

I PRIMI TRE TERMINI SONO IL QUADRATO DI

$$(a^2 + 2b^2)^2$$

COSÌ SI OTTIENE:

$$(a^2 + 2b^2)^2 - 4a^2b^2$$

E SCRIBUTO L'ULTIMO TERMINE. SOTTO FORMA
DI QUADRATO:

$$(a^2 + 2b^2)^2 - (2ab)^2$$

OTTENGO LA DIFFERENZA TRA 2 QUADRATI, QUINDI:

$$(a^2 + 2b^2 - 2ab)(a^2 + 2b^2 + 2ab)$$

CIOÈ QUINDI:

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 - 2ab + 2b^2)(a^2 + 2ab + 2b^2)$$

ALTRI ESEMPI

$$1) \quad 25x^2 - 9 = (5x - 3)(5x + 3)$$

$$\begin{aligned} 2) \quad (5a - 2)^2 - 4a^2 &= [(5a - 2) - 2a][(5a - 2) + 2a] = \\ &= [5a - 2 - 2a][5a - 2 + 2a] = \\ &= (3a - 2)(7a - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \frac{25}{3}x^2 - 3y^2 &= \frac{1}{3} \left(\frac{25}{1}x^2 - \frac{3}{1}y^2 \right) = \frac{1}{3} (25x^2 - 9y^2) \\ &= \frac{1}{3} (5x - 3y)(5x + 3y) \end{aligned}$$

SCOMPOSIZIONI

DIFFERENZA DI 2 CUBI

②

QUANDO È PRESENTE LA DIFFERENZA DI 2 TERMINI
AL CUBO, CIÒ È:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

ESEMPIO:

$$\begin{aligned} 8x^3 - y^3 &= (\boxed{2x})^3 - (\boxed{y})^3 = \\ &= (\boxed{2x - y})(4x^2 - 2xy + y^2) = \end{aligned}$$

SOMMA DI 2 CUBI

QUANDO È PRESENTE LA SOMMA DI 2 TERMINI
AL CUBO, CIÒ È:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

ESEMPIO:

$$\begin{aligned} 27x^3 + 8y^3 &= (\boxed{3x})^3 + (\boxed{2y})^3 = \\ &= (\boxed{3x + 2y})(9x^2 - 6xy + 4y^2) \end{aligned}$$

QUADRATO DI BINOMIO (SOMMA ALGEBRICA DI 2 TERMINI)

QUANDO SONO PRESENTI 3 TERMINI NEI QUALI 2
SONO QUADRATI DI TERMINI E IL TERZO È IL
DOPIO PRODOTTO DI TALI TERMINI, CIÒ È:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

ESEMPIO:

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

SCOMPOSIZIONI

TRINOMIO NOTEVOLE CON $a=1$ (SOMMA ALGEBRICA DI 3 TERMINI)

QUANDO CI SONO 2 NUMERI m ED n TALI CHE:

$$\begin{aligned} S &= m+n \\ P &= m \cdot n \end{aligned}$$

ALLORA

$$X^2 + SX + P = (X+m)(X+n)$$

ESEMPIO:

$$X^2 - 7X + 12 = (X-4)(X-3)$$

PERCHÉ:

$$S = -4 - 3 = -7 \quad \text{E} \quad P = -4(-3) = +12$$

TRINOMIO NOTEVOLE CON $a \neq 1$ (SOMMA ALGEBRICA DI 3 TERMINI)

QUANDO CI SONO 2 NUMERI m ED n TALI CHE

$$\begin{aligned} S &= m+n \\ a \cdot P &= m \cdot n \Rightarrow P = \frac{m \cdot n}{a} \end{aligned}$$

ALLORA

$$aX^2 + SX + P = aX^2 + mX + nX + \frac{m \cdot n}{a}$$

ESEMPIO:

$$2X^2 + 4X - 6$$

$$S = m+n = +6 - 2 = +4$$

$$P = \frac{m \cdot n}{a} = \frac{+6(-2)}{2} = -6$$

$$\Rightarrow \underbrace{2X^2 + 6X}_{\text{RACCOLGO } 2X} - 2X - 6 = 2X(X+3) - 2(X+3) = (X+3)(2X-2)$$

SCOMPOSIZIONI

CUBO DI BINOMIO

QUANDO ABBIAMO UNA ESPRESSIONE COSTITUITA DA 4 TERMINI TUTTI DELLO STESSO GRADO, ORDINATI SECONDO LE POTENZE DECRESCENTI DI UN TERMINE CHE CHIAMIAMO " a " E SECONDO LE POTENZE CRESCENTI DI UN'ALTRO TERMINE " b ", CIOÈ:

$$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$$

NOTA BENE:

I COEFFICIENTI DELL'ESPRESSIONE SONO RICAVABILI DALLA 4^a RIGA DEL TRIANGOLO DI TARTAGLIA.

ESEMP:

$$1) 27x^3 + 54x^2 + 36x + 8 = (3x + 2)^3$$

SCOMPONIAMO I COEFFICIENTI

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

QUINDI:

$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$$

$$54 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 3 \cdot 3 \cdot 2^2$$

$$36 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 3 \cdot 2^2$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$\Rightarrow 3^3 x^3 + 3 \cdot 3^2 x \cdot 2 + 3 \cdot 3 x \cdot 2^2 + 2^3 =$$

SCOMPOSIZIONI

$$\begin{aligned}\text{Cioè: } &= (\underbrace{3x}_a)^3 + 3 \cdot (\underbrace{3x}_a)^2 \cdot \underbrace{2}_b + 3 \cdot (\underbrace{3x}_a) \cdot (\underbrace{2}_b)^2 + (\underbrace{2}_b)^3 = \\ &= \underline{a^3} + 3 \underline{a^2 \cdot b} + 3 \underline{a \cdot b^2} + \underline{b^3} =\end{aligned}$$

$$\text{così: } = \boxed{(a+b)^3 = (3x+2)^3}.$$

$$\boxed{2)} \quad 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 = (2x-3)^3$$

SCOMPONIAMO I COEFFICIENTI

$$\boxed{8} = \boxed{2^3}$$

$$\boxed{36} = \boxed{3 \cdot 2^2 \cdot 3}$$

$$\boxed{54} = \boxed{3 \cdot 2 \cdot 3^2}$$

$$\boxed{27} = \boxed{3^3}$$

così:

$$\begin{aligned}&= \boxed{2^3} x^3 - \boxed{3 \cdot 2^2} x^2 \cdot \boxed{3} + \boxed{3 \cdot 2} x \cdot \boxed{3^2} - \boxed{3^3} = \\ &= (\boxed{2x})^3 - 3 \cdot (\boxed{2x})^2 \cdot \boxed{3} + 3 \cdot (\boxed{2x}) \cdot \boxed{3^2} - \boxed{3^3} = \boxed{(2x-3)^3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boxed{3)} \quad &x^6 - 6x^4y + 12x^2y^2 - 8y^3 = \\ &= (\boxed{x^2})^3 - 3 \cdot (\boxed{x^2})^2 \cdot \boxed{2 \cdot y} + 3 \cdot (\boxed{x^2}) \cdot \boxed{(2y)^2} - \boxed{(2y)^3} = \\ &= \boxed{(x^2 - 2y)^3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boxed{4)} \quad &x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = \\ &= (\boxed{x})^3 + 3 \cdot (\boxed{x})^2 \cdot \boxed{1} + 3 \cdot (\boxed{x}) \cdot \boxed{1^2} + \boxed{1^3} = \\ &= \boxed{(x+1)^3}\end{aligned}$$

SCOMPOSIZIONI

QUADRATO DI UN TRINOMIO

(3)

QUANDO SONO PRESENTI 6 TERMINI, IN CUI 3 SONO QUADRATI DI ALTRI 3 TERMINI, MENTRE GLI ALTRI 3 SONO I DOPLI PRODOTTI TRA QUESTI 3 TERMINI. CIOE:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a + b + c)^2$$

ESEMPIO:

$$\begin{aligned} 1) \quad & 9x^2 + 4y^2 + z^2 + 12xy + 6xz + 4yz = \\ & = (3x)^2 + (2y)^2 + (z)^2 + 2(3x)(2y) + 2(3x)(z) + 2(2y)(z) = \\ & = (3x + 2y + z)^2 \end{aligned}$$

$$2) \quad 25x^2 + 16y^2 + 1 + 40xy + 10x + 8y$$

ORDINATO IL POLINOMIO

$$25x^2 + 16y^2 + 1 + 40xy + 10x + 8y =$$

COSI:

$$\begin{aligned} & = (5x)^2 + (4y)^2 + (1)^2 + 2(5x)(4y) + 2(5x)(1) + 2(4y)(1) = \\ & = (5x + 4y + 1)^2 \end{aligned}$$

CUBO DI UN TRINOMIO

QUANDO SONO PRESENTI 10 TERMINI

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3a^2c + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + 6abc = \\ = (a + b + c)^3 \end{aligned}$$

SCOMPOSIZIONI

ESEMPIO:

$$\begin{aligned} &8x^3 + 9y^3 + 1 + 36xy^2 + 54x^2y + 12x^2 + 6x + 27y^2 + 9y + 36xy = \\ &= (2x)^3 + (3y)^3 + (1)^3 + 3 \cdot (2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + 3(2x)^2(1) + 3(2x)(1)^2 + 3(3y)^2(1) + \\ &+ 3(3y)(1)^2 + 6(2x)(3y)(1) = (2x + 3y + 1)^3 \end{aligned}$$